DOCUMENT RESUME

ED 360 153 SE 053 459

AUTHOR Riemersma, Fredericus Sytse Jozef
TITLE Leren Oplossen van Wiskundige Problemen in het Voortgezet Onderwijs (Learning To Solve Mathematical Problems in Secondary Education).
INSTITUTION Amsterdam Univ. (Netherlands). Stichting Centrum voor Onderwijsonderzoek.
REPORT NO ISBN-90-6813-306-3
PUB DATE 6 Sep 91
NOTE 252p.; Summary in English, p.163-176.
AVAILABLE FROM Foundation Kohnstamm Trust for Educational Research, Grote Bickersstraat 72, 1013 KS Amsterdam.
PUB TYPE Reports - Research/Technical (143)
LANGUAGE Dutch

EDRS PRICE MF01/PC11 Plus Postage.
DESCRIPTORS Correlation; Foreign Countries; *Heuristics; Mathematics Education; *Mathematics Instruction; *Metacognition; *Problem Solving; Secondary Education; *Secondary School Mathematics; Teaching Methods; Thinking Skills
IDENTIFIERS *Netherlands; Subject Content Knowledge

ABSTRACT

This study, conducted in the Netherlands, examined the effects of a problem-solving program on students' problem-solving and metacognitive skills. The program consisted of four parts involving one or more aspects of problem solving in the content areas of proportions, geometry, numbers, and solving equations and inequalities. The experimental program was implemented in seven classes from three secondary schools, and the control group consisted of seven classes from four secondary schools taking regular classes on the same subjects. Comparisons on pre- and posttest measures for the two groups indicated that students in the experimental group made better use of heuristic rules and were more reflective than students from the control group. A delayed posttest indicated that 3 months after the experimental period, the effect of the program had disappeared, implying that the positive effect of the program was temporary. A 13-page summary in English is included and a list of 161 references is provided. The appendixes include the instruments and research data. (MDH)

****
* Reproductions supplied by EDRS are the best that can be made *
* from the original document. *
****

ED360153

LEREN OPLOSSEN VAN WISKUNDIGE PROBLEMEN IN HET VOORTGEZET ONDERWIJS

F.S.J. RIEMERSMA

BEST COPY AVAILABLE

SE053457

U.S. DEPARTMENT OF EDUCATION
Office of Educational Research and Improvement
EDUCATIONAL RESOURCES INFORMATION CENTER (ERIC)

☒ This document has been reproduced as received from the person or organization originating it.
☐ Minor changes have been made to improve reproduction quality

• Points of view or opinions stated in this document do not necessarily represent official OERI position or policy

"PERMISSION TO REPRODUCE THIS MATERIAL HAS BEEN GRANTED BY
R.S.J. Riemersma
TO THE EDUCATIONAL RESOURCES INFORMATION CENTER (ERIC)."

SCO

LEREN OPLOSSEN VAN WISKUNDIGE PROBLEMEN

IN HET VOORTGEZET ONDERWIJS

CIP-GEGEVENS KONINKLIJKE BIBLIOTHEEK, DEN HAAG

Riemersma, Fredericus Sytse Jozef

Leren oplossen van wiskundige problemen in het voortgezet onderwijs / Fredericus Sytse Jozef Riemersma.
- Amsterdam : Stichting Kohnstamm Fonds voor Onderwijsresearch
Proefschrift Universiteit van Amsterdam. - Met lit. opg. -
Met samenvatting in het Engels.
ISBN 90-6813-306-3 geb.
Trefw.: wiskunde ; didactiek

VERANTWOORDING BRONNEN

De wiskunde-opgaven die in hoofdstuk 4 zijn opgenomen op de pagina's 44, 46, 49, 59, 62, 65 en 69 zijn afkomstig uit het wiskundeboek Moderne Wiskunde, 3, 4e herziene editie; auteurs: W.J. Kniep, B.E.J. Kruijer, W.B.J. Ramaker, F.J.M. Stoffels, R. Troelstra en W.J.N. Visser; uitgave Wolters-Noordhoff, Groningen, 1982. De wiskunde-opgaven in hoofdstuk 4 op de pagina's 54, 55 en 56 zijn afkomstig van leermateriaal ontwikkeld door de sectie wiskunde van het Schothorst College te Amersfoort.

Uit welke richting komt het?

Dezelfde richting. Kloppen
de andere gegevens ook?
Voor zover is na te gaan.

Wat denk je nu te doen?

(Wat of je nu gaat doen).

Uit:
Hans Faverey (1972)
Gedichten 2. Amsterdam:
De Bezige Bij.

Voor Maria,
Voor Roosje en Lisette.

Promotor: Prof. dr. J.J. Elshout

LEREN OPLOSSEN VAN WISKUNDIGE PROBLEMEN IN HET VOORTGEZET ONDERWIJS

ACADEMISCH PROEFSCHRIFT
(with a summary in English)

ter verkrijging van de graad van doctor
aan de Universiteit van Amsterdam,
op gezag van de Rector Magnificus
prof. dr. P.W.M. de Meijer
in het openbaar te verdedigen in de Aula der Universiteit
(Oude Lutherse Kerk, ingang Singel 411, hoek Spui),
op vrijdag 6 september 1991 te 12.00 uur

door Fredericus Sytse Jozef Riemersma

geboren te Franeker.

VOORWOORD

De voorliggende studie leek vooral een eenmansproject. Dat is echter maar gedeeltelijk waar. Bij het opmaken van de balans van bijdragen van mijzelf en van anderen blijken die anderen - ik erken dat volmondig - belangrijke bijdragen aan het project geleverd te hebben.
Ik zal niet volledig teruggaan in de historie - startend in 1978 waren er toen al in het onderwerp geïnteresseerde personen die het project van hun steun voorzagen - maar mij beperken tot de recentere jaren. Uit deze periode wil ik enkelen met name noemen.

Joost Meijer die door zijn kundige en intelligente analyses van hardopdenkprotocollen mede de basis voor het experimentele programma legde en die in latere fasen menig statistisch verwerkingsprobleem tot een oplossing wist te brengen.
Maarten Dolk die mijn theoretische ideeën bekwaam wist te vertalen in instructies en lesbeschrijvingen.
Louise van de Venne die meehielp het programma uit te testen en die samen met Erni Ottens mij bijstond bij het observeren van het programma-in-actie.
Fred Goffree, Ben Knip en Fred Korthagen die mij op gezette tijden van nuttig en leerzaam advies voorzagen.
Harrie Prins en Guido van der Waals die bereid waren het programma mee te ontwikkelen in hun klassen en daarbuiten.
Pieter Landman, Rob Gabriëls, Marian Gude en wederom Harrie Prins en Guido van der Waals die het experimentele onderwijsprogramma samen met hun leerlingen uitvoerden.
De leraren en leerlingen van de controlescholen die bereid waren aan vragenlijsten en toetsen mee te werken.
Jan Terwel die welwillend de Percia-vragenlijst ter beschikking stelde.
Wybe Zijlstra die door zijn hardnekkig volhouden de financiering weer op gang wist te brengen.*
Jan Bos die het bijkans voltooide manuscript in de beste tradities van het RITP en SCO aan een grondige lezing onderwierp en daarmee menig lezer voor duistere passages heeft behoed.
Gerrit-Jan van der Duim die mij bijstond bij het vertalen in het Engels van de samenvatting.
De HogCoggroep, een binnen de SCO opererende studiegroep bestaande uit personen met hevige interesse in hogere cognitieve processen en die menig interessant gezichtspunt aan de oppervlakte bracht.
Mariëtte Schmidt die het projectsecretariaat van het onderzoeksproject gedurende vele jaren zeer bekwaam heeft behartigd en die de tekstverwerking van dit rapport uitmuntend heeft verzorgd.
Jan Elshout die als promotor mogelijkheden onderkende die ik niet zag (en omgekeerd) en die tot reflecties en expliciteringen aanzette waardoor stellig de kwaliteit van dit boek zeer gestegen is.
En tenslotte mijn ouders die 33 jaar geleden de weg openden naar de

HBS en daarmee voor mij de mogelijkheid boden de lange weg naar dit voorliggende geschrift te betreden.

Allen, genoemd en niet genoemd dank ik hartelijk voor hun bijdrage aan dit project en dit proefschrift, waarvan de inhoud vanzelfsprekend uitsluitend op mijn eigen hoofd neerkomt.

Baarn, 24 juni 1991
Fré Riemersma.

*het onderzoek is mogelijk gemaakt door subsidieverlening door het Instituut voor Onderzoek van het Onderwijs (SVO) te Den Haag onder contractnummer 4236.

INHOUD

1.	**HET PROBLEEM**	**1**
2.	**ONTWERP VAN EEN ONDERWIJSLEERPROGRAMMA GERICHT OP LEREN OPLOSSEN VAN WISKUNDIGE PROBLEMEN: ONTWERPEISEN**	**17**
2.1.	Inleiding	17
2.2.	Acht variabelen	17
2.3.	Het kennisdomein wiskunde	21
2.4.	Ontwerpeisen	22
3.	**DE ONTWIKKELING VAN HET ONDERWIJSLEER-PROGRAMMA**	**33**
3.1.	Inleiding	33
3.2.	Vraagstellingen	33
3.3.	Grondslag van ontwikkeling	34
3.4.	Structuur van het programma	36
3.5.	Bevindingen van het ontwikkelwerk	37
4.	**HET ONDERWIJSLEERPROGRAMMA: FRAGMENTEN EN VOORBEELDEN VAN TEKSTEN VOOR DOCENTEN EN VAN LEERLINGMATERIAAL**	**43**
4.1.	Deel 1	43
4.2.	Deel 2	51
4.3.	Deel 3	58
4.4.	Deel 4	64
5.	**OPZET, ANALYSE EN UITVOERING VAN HET ONDERZOEK**	**71**
5.1.	Opzet	71
5.2.	Uitwerking van de analyses	72
5.3.	Instrumentatie en metingen	75
5.4.	De implementatie van het onderwijsprogramma	85
5.5.	De uitvoering van het project	89
6.	**RESULTATEN**	**91**
6.1.	Beschrijving van de onderzochte groep op een aantal matchingsvariabelen	91
6.2.	Achtergrondgegevens leerlingen	92
6.3.	Voorbereidende analyses	97

6.4. Resultaten op de eindtoets 100
6.5. Resultaten op de retentietoets 107
6.6. Aanvullende analyses 113
6.7. Leerlingverslag 117
6.8. De attitude tegenover wiskunde 125
6.9. Resultaten op de Percia-schaal 128
6.10. De observaties 130
6.11. De implementatie van het programma 140

7. BESPREKING VAN DE RESULTATEN EN CONCLUSIES 145

7.1. De uitvoering van het onderzochte wiskunde-onderwijs 145
7.2. De effecten bij de leerlingen: onderzoekshypothesen 145
7.3. Aantekeningen bij de onderzoeksopzet 148
7.4. De betekenis van de resultaten voor theorie en praktijk 151
7.5. Slotbeschouwing 156

Noten 159

Summary 163

Literatuur 177

Bijlagen 187

1. HET PROBLEEM

Het voorleggen van problemen is een veel gebruikt middel in het onderwijs om progressie op een bepaald vakgebied te bevorderen. Dit geldt ook voor het vak wiskunde. In deze studie staat het oplossen van wiskunde-opgaven als middel om (wiskundige) probleemoplossingsvaardigheden te vergroten, centraal. Als definitie van wiskundig probleemoplossen wordt de volgende gehanteerd:
Probleemoplossen op het mathematisch domein is een activiteit waarbij wiskundige kennis benut wordt en ook noodzakelijk is om een wiskundige representatie van de opgave te construeren op basis waarvan oplossingen kunnen worden ontwikkeld en waarbij het gaat om oplossingen die niet direct gezien worden.
Wiskundig probleemoplossen behoort tot de klasse van hogere cognitieve vaardigheden (Resnick, 1987).

Verrassenderwijs blijkt dat leerlingen opgaven heel vaak als nieuw ervaren, als een werkelijk probleem en vaak maar heel moeizaam tot een oplossing komen. Dit geldt zeer zeker ook voor opgaven bij het schoolvak wiskunde. Een opgave als:

> Een vader en zijn zoon zijn samen 50 jaar oud.
> De vader is 36 jaar ouder dan zijn zoon.
> Hoe oud zijn vader en zoon?

leverde voor leerlingen uit de tweede klas van het voortgezet onderwijs behoorlijke problemen op; de hardopdenkprotocollen van deze opgave beslaan vaak meer dan 100 regels (Riemersma & Meijer, 1983).
Het problematische van deze opgave bleek uit de bevinding dat het antwoord dan wel de wijze van aanpak die tot het goede antwoord zou leiden niet meteen 'gezien' werd en eerst na diverse 'transformaties' van de gegeven informatie en de eigen kennis tot stand kwam.
Het lijkt er vaak op alsof bij elk onderwerp of thema de daarbij behorende opgaven als gloednieuw worden ervaren, hetgeen o.a. tot uiting komt in het oplosgedrag, alsof leerlingen zich voortdurend als "universal novices" (Brown & De Loache, 1978) gedragen. Nu zijn de opgaven ook nieuw, maar in zekere opzichten ook weer niet. Het probleem voor de leerling zit er - lijkt het - in dat hij niet weet of er niet opkomt dat er verwantschap is met eerder opgeloste opgaven (gelijke structuur). Daarnaast ontbreekt ook het besef dat eerder geleerde kennis bruikbaar kan zijn. Leerlingen kunnen hun kennis niet toepassen, er niet op het juiste moment gebruik van maken. Een fragment uit een hardopdenkprotocol van een leerling die de eerder genoemde opgave probeert op te lossen, kan dit illustreren:

s 1: vader en zijn zoon zijn samen 50 jaar oud
s 2: de vader is.... 36 jaar ouder dan zijn zoon

s 3: hoe.... oud.... zijn vader en zoon?
s 4: 50 jaar....
s 5: nou, een vader en zijn zoon zijn samen 50 jaar oud....
s 6: o, ja....
s 7: mm....
s 8: zes en....mm, mm....
s 9: dan kun je 't niet uitrekenen....
s10: nee, want je weet niet hoe....
s11: die vader in werkelijkheid...
s12: hoe oud die is....
s13: want d'r staat wel...
s14: hij is 36 jaar.... ouder... dan zijn zoon
s15: en dat.... dat kun je gewoon niet uitrekenen
s16: ja, ze zijn samen 50 jaar oud....
s17: als je die 36 van de 50 afhaalt, ten eerste....
s18: dan... dan krijg je al eh.... 14
s19: dus als die vader nou bijvoorbeeld 36 jaar oud is....
s20: dan is die zoon 14....
s21: maar als die vader nou ouder is....
s22: bijvoorbeeld 40
s23: nou, dan is die zoon 10....
s24: nou, ik denk 36 jaar....
s25: o nee.... hij is 36 jaar ouder dan zijn zoon....
enz. (uit: Riemersma & Meijer, 1983, bijlage 3).

Landa (1975) merkt over het niet kunnen oplossen het volgende op:

"It is common knowledge that pupils very often possess all the knowledge that is necessary in a certain subject but that they cannot solve problems" (p.99).

Leerlingen vertonen al snel passief gedrag (Riemersma, 1981), er is geen aktief aanpakgedrag waar te nemen (vaak eerder: vermijdingsgedrag).

Er zijn diverse verklaringen denkbaar voor het verschijnsel dat leerlingen in het onderwijs moeite met probleemoplossende activiteiten hebben. Hypothesen hierover kunnen worden onderscheiden naar onderwijsfactoren en leerlingfactoren. Als onderwijsfactoren kunnen genoemd worden:
De aard van onderwijs is vooral gericht op memoriseren van kennisitems (Ormell, 1979).
De aanbieding van de leerstof is gefragmentariseerd, er wordt niet expliciet in het onderricht gewezen op de overeenkomsten in begrippen en regels (Dalida & Norman, 1981).
De vakkenstructuur in het voortgezet onderwijs is zodanig dat het onderwijs in de diverse vakken sterk van elkaar gescheiden verloopt.

Het is veelal niet zo dat het onderwijs in het ene vak het leren in het andere ondersteunt (er is bijvoorbeeld geen leergang Nederlandse taal waarin wiskunde-opgaven als object van tekstbegrijpen dienst doen).
De aard van het leerboek (theoretische uiteenzettingen worden gevolgd door een reeks opgaven die weinig variëren; Reusser, 1986).
De overladenheid van het leerprogramma, waardoor er geen tijd voor het beklijven van de begrippen en operaties aan de leerlingen wordt gegund.
De geringe aandacht voor cognitieve strategieën in de didactiek van onderwijs (Gagné, 1974) en de geringe aandacht voor metacognitieve vaardigheden (Lester, 1985; Schoenfeld, 1985).
De onderwijsstijl die veelal sterk leraargericht is, d.w.z. de leraar legt zoveel mogelijk uit en stimuleert leerlingen daarmee niet tot zelf nadenken (Lochhead, 1985).
Er vindt vroegtijdig automatiseren van rekenoperaties plaats, waardoor wel signaal leren maar niet betekenisvol leren (analyseren van betekenissen) wordt bevorderd.
Er wordt onvoldoende nagegaan of leerlingen concepten en regels wel goed hebben begrepen, juist ook in die gevallen waarbij de leerling wel de juiste antwoorden geeft (Reusser, 1986).
De opgaven zijn te simpel, zodat de leerlingen er veelal met enig proberen wel uitkomen (Hays, 1976).

Leerlingfactoren zijn de volgende:
Leerlingen zijn gericht op de leerstof of taak, maar niet zozeer op de wijze waarop je de leerstof leert of de taak uitvoert, maar meer op het resultaat. Als een resultaat bereikt is, is de taak ook af; men reflecteert dan niet verder op de wijze waarop het resultaat werd verkregen. Hierdoor worden leermomenten niet bewust gemaakt.

Leerlingen ontlenen motivatie aan het maken van veel opdrachten, waarbij het toepassen van regels mogelijk is zonder dat de betekenis ervan duidelijk hoeft te zijn. In de wiskunde is het mogelijk op grond van enkele voorbeeld-sommen een reeks sommen te maken die daar sterk op gelijken. Het maken van zo'n reeks geeft leerlingen het gevoel een goede prestatie geleverd te hebben, terwijl in feite zonder veel begrip gehandeld werd. Hierdoor wordt de kennis van die regels zo sterk aan het bepaalde type sommen gebonden, dat er weinig transfer verwacht mag worden.

Er is een sterke gerichtheid op het antwoord ten koste van een betekenisvolle handelwijze. Ook hier is het zo dat de antwoordgerichtheid eigenlijk een beletsel vormt voor een verstandige, weloverwogen aanpak van de opgave. Al snel wordt met gegeven getallen of formules gerekend zonder dat nog duidelijk is waartoe zo'n berekening zou kunnen leiden.
Aangeleerde passiviteit, tot uiting komend in de overtuiging dat een onderwerp louter door memoriseren c.q. herhaling begrepen kan worden

(Lochhead, 1985). Met aangeleerde passiviteit wordt hier bedoeld dat het doorwerken van de stof, het zogenaamde elaboreren door herformuleren, door er vragen over te stellen, door het in verbinding te brengen met andere kennis, onvoldoende gestimuleerd wordt. Leerlingen worden daar ook niet op beoordeeld, maar veeleer op het goede antwoord en eventueel op de bepaalde wijze waarop het antwoord werd verkregen.

Beperkte dan wel verkeerde opvattingen over wiskunde en wiskunde-opgaven (Schoenfeld, 1983; Silver, 1985). Hier worden opvattingen bedoeld als: een opgave heeft altijd maar één oplossing, een opgave moet je in enkele minuten kunnen oplossen en wiskunde is vooral memoriseren. Ook menen leerlingen dat je met wiskunde geen echte problemen kunt oplossen. Dit soort opvattingen verhindert dat opgaven op een goede manier worden aangepakt en verhinderen ook dat er geleerd wordt van het oplossen.

Om na te gaan hoe in de Nederlandse schoolpraktijk met dit probleem wordt omgegaan, werd een verkennende studie verricht. Er werden lessen geobserveerd in de eerste jaren van het voortgezet onderwijs. De lessen werden geobserveerd teneinde het gebruik van heuristische aanwijzingen in het onderwijs op te sporen. Ook werden gesprekken met leraren gevoerd en werd het lesverloop van een aantal lessen beschreven (Riemersma, 1981). Het oplosgedrag van leerlingen werd onderzocht door middel van de analyse van hardopdenkprotocollen van leerlingen die wiskunde-opgaven oplosten op het niveau van de tweede klas v.o. (Riemersma & Meijer, 1983).
Geconcludeerd kan worden dat de aangehaalde bevindingen, die vooral van buitenlandse oorsprong zijn, ook in de Nederlandse situatie aangetroffen konden worden. Er waren overigens toen al vernieuwende ontwikkelingen aan de gang, echter vooral in het basisonderwijs, het zogenaamde Wiskobas-programma (De Jong, 1986).
In het wiskunde-onderwijs in het voortgezet onderwijs vonden vernieuwingen op landelijke schaal voornamelijk in de bovenbouw plaats. Wel werd het schoolvak wiskunde in diverse scholen beïnvloed door ontwikkelingen rond geïntegreerd voortgezet onderwijs en de plannen rond de basisvorming. Een precieze invloed is moeilijk te traceren. Een duidelijk afgebakend programma met betrekking tot vernieuwingen in het wiskunde-onderwijs is pas recent aangezet (COW, 1989). Niettemin kan in zijn algemeenheid toch het volgende beeld geschetst worden.
Leerlingen worden onderwezen in het kennisgebied wiskunde, waarbij vooral de nadruk ligt op de specifieke concepten en regels en de toepassing daarvan in daarop nauw aansluitende opgave- of probleemsituaties. Zowel het onderricht als het oplosgedrag van de leerling liggen op het vlak van de uitvoering. Op het moment dat de leraar wel uitstijgt boven het niveau van de uitvoering, zijn de gegeven instructies vaak zeer globaal van aard, bijvoorbeeld: Denk eens goed na! Tussen het niveau van onderwijzen en denken in termen van uitvoeringsopera-

ties en zeer globale aanwijzingen dan wel zelfinstructies ligt een niveau van meer gespecificeerde aanwijzingen/zelfinstructies (heuristieken, oplosstrategieën) die zelden worden benut. Noch de leraar noch de leerling heeft hier weet van, dan wel zijn ze niet in staat deze te benutten.
Er is - zoals de eerder aangehaalde Gagné zei - slechts geringe aandacht voor onderwijsdoelen als leren leren, leren denken en leren probleemoplossen, d.w.z. er is wel aandacht voor in geschriften, maar de realisering ervan in de onderwijspraktijk is gering.

Het hierboven gestelde probleem kan geformuleerd worden als een probleem van stagnatie in de ontwikkeling van expertise in het aanpakken van wiskundeopgaven. Vertaald in termen van een model van probleemoplossen gaat het dan om het volgende:
De fase van probleemontwikkeling is veelal de beslissende fase in het kunnen oplossen van een probleem. De start ervan ligt in de vorming van een wiskundige representatie van het probleem die gegeven de opdracht en gegeven de beschikbare kennis en vaardigheden als startpunt kan dienen voor het oplossingsproces met kans op succes. De vorming van een dergelijke 'eerste' kansrijke representatie is het zwakke punt in het onderwijs: leerlingen leren onvoldoende de vakkennis zodanig benutten dat zij het voorgelegde probleem door middel van het analyseren daarvan kunnen omzetten in een representatie waarmee te werken valt. De hypothese van dit onderzoek is dat er voldoende wiskundige kennis beschikbaar is of beschikbaar te krijgen is, maar dat aanpakstrategieën ontbreken om die kennis probleemgericht te benutten (Elshout, 1987a).
Aangetekend moet worden dat het in deze studie gaat om toepassingsopgaven en niet om het leveren van bewijzen. Dit laatste komt zeer weinig voor in het huidige curriculum. Geven van bewijzen kan overigens ook probleemgericht en heuristisch onderwezen worden (Libeskind, 1977).

De voorgaande probleemsignalering moet geplaatst worden in het 'dagelijkse schoolleven van leerlingen en leraren'. Dat wil o.a. zeggen dat het vak wiskunde niet voor alle leerlingen interessant is (men heeft er vaak al een negatief getinte historie mee achter de rug) en bovendien nog moeilijk ook. Verder is er weinig onderlinge afstemming tussen vakken in het voortgezet onderwijs, zodat een schoolvak als het ware op eigen kracht boeiend en leerzaam gemaakt moet worden. Het dagelijkse schoolleven van de leerling en leraar geeft de mogelijkheden, maar ook de begrenzingen aan van vernieuwing op het terrein van de wiskunde. In een studie als deze moeten echter keuzen worden gemaakt omdat niet alle factoren in één veldonderzoek tegelijk te betrekken zijn.

Diverse auteurs hebben programma's ontworpen die een oplossing poogden te leveren voor het gestelde probleem. Deze pogingen kunnen

worden ingedeeld in curriculum-gebonden programma's en algemene denkprogramma's. In algemene denkprogramma's wordt gemikt op denkvaardigheden die een groot bereik hebben en waarvan de inhoud los staat van de inhoud van het schoolcurriculum of daar maar zijdelings mee te maken heeft. In curriculum-gebonden programma's wordt nauw aangesloten bij de leerstof.
Een overzicht van een aantal recente programma's biedt tabel 1.1; hier worden de programma's getypeerd naar het domein waarop het programma zich richt, de doelgroep, de wijze van evalueren, de afhankelijke variabelen en de opbrengst van de evaluatie.
Analyse van deze programma's en de evaluaties daarvan voor zover verricht, levert een aantal kenmerken en principes op die deze programma's gemeenschappelijk hebben dan wel onderscheidend zijn. Het gaat om de volgende:
Alle programma's beogen, naast vergroting van de probleemoplossingsvaardigheid, bewustwording van de processen en vaardigheden die aan het oplossen van een probleem ten grondslag liggen. Bewustwording van oplossingsprocessen heeft in de programma's vooral een didactisch doel, d.w.z. via een bewuste aanpak van problemen beoogt men leerlingen te leren probleemoplossen. Het gaat dus om een instrumentele doelstelling ten dienste van het hoofddoel.

Alle auteurs benadrukken het belang van het construeren van een correcte en werkbare representatie van het probleem; hierbij ligt de nadruk op het begrijpen van de opgave. Begrijpen wil zeggen de gegeven informatie en de vraagstelling in een zinvol verband plaatsen, bijvoorbeeld door de opgave als van een bepaald type te 'herkennen'.

In sommige programma's wordt aanbieding van denkrichtlijnen bepleit, uitgaande van de idee van leerbaarheid van algemene probleemoplossingsvaardigheden los van vakinhouden en vervolgens gebruik daarvan in nieuwe situaties.
In andere programma's gaat men meer uit van een combinatie van onderricht in een domein, gekoppeld aan algemene probleemoplossingsvaardigheden. Deze laatste programma's geven de meest duidelijke positieve resultaten te zien.

Een zwak punt in veel programma's is de onderbelichting van het vraagstuk van de voorwaarden waaronder aanwijzingen in de vorm van heuristische regels kunnen functioneren bij een probleemoplossingstaak. Hierbij spelen twee aspecten een rol: 1. de mate van specificiteit: onder welke condities is een aanwijzing voldoende richtinggevend. 2. kennis omtrent het functioneren van heuristische regels, d.w.z. inzicht in de vraag naar het waarom en onder welke condities bepaalde regels effectief kunnen zijn.

TABEL 1.1: OVERZICHT VAN PROBLEEMOPLOSSINGSPROGRAMMA'S BESCHREVEN NAAR DE VOLGENDE CATEGORIEEN: 0. DE AUTEURS, 1. HET DOMEIN WAAROP HET PROGRAMMA ZICH RICHT, 2. DE DOELGROEP, 3. DE WIJZE VAN EVALUEREN, 4. DE AFHANKELIJKE VARIABELEN, 5. DE OPBRENGST VAN DE EVALUATIE

I. De programma's die uitgaan van het algemene karakter van probleemoplossingsvaardigheden en de leerbaarheid daarvan.
Tot deze categorie behoren de programma's van:

auteur	domein	doelgroep	evaluatie-opzet	variabelen	resultaat
De Bono, 1985	algemeen	personen met uiteenlopende leeftijd en culturele achtergrond; duur: 60 lessen	informeel/geen controlegroep	genereren standpunten m.b.t. maatschappelijke vraagstukken, snelheid respons en concentratie, expliciet benoemen van het denkinstrumentarium en transfer naar schoolvakken	er worden positieve resultaten vermeld waarbij verwezen wordt naar niet-gepubliceerde rapporten
Covington, 1985	variërend van puzzels tot maatschappelijke vraagstukken	6e en 7e klas basisonderwijs; duur: 6 weken	met controlegroep	a. ideeën genereren; b. kwaliteit ideeën; c. beste oplossingen; d. geneigdheid tot stellen vragen; e. voortgangsbewaking; f. analyse tekst; g. planopstelling; h. toename durf om onduidelijke problemen aan te pakken; i. argumentatie omtrent ingenomen standpunt; j. concept over denken	positief op basis van diverse studies
Lochhead, 1985	algemeen	middelbare scholieren en studenten; duur: het programma is verwerkt in leerboeken zodat de duur niet vastligt	informeel	schoolgeschiktheid, leesvaardigheid	de auteur meldt op grond van diverse studies dat geen eenduidig oordeel mogelijk is

vervolg tabel 1.1:

auteur	domein	doelgroep	evaluatie-opzet	variabelen	resultaat
Rubinstein, 1975/ Polson & Jeffries, 1985	uiteenlopende studierichtingen	studenten met uiteenlopende studierichtingen; duur: semester	informeel/zonder controlegroep	onduidelijk (1 studie vermeldt mentale rijpheid)	onduidelijk
Marzano & Arredondo, 1986,1988	algemeen	basis- en voortgezet onderwijs; duur: afhankelijk van gebruik materiaal	informeel		onduidelijk

II. Programma's die opgezet zijn vanuit het principe dat probleemoplossingsvaardigheden nauw verbonden zijn met domeinkennis en ook in nauwe verbondenheid daarmee verworven dienen te worden

auteur	domein	doelgroep	evaluatie-opzet	variabelen	resultaat
Mettes & Pilot, 1980	thermodynamica	1e jaars studenten; duur: studiejaar	met controlegroep	prestatie op natuurkunde-opgaven en procesvariabelen (gewenst handelingsverloop-scores)	positief
Charles & Lester, 1984	wiskunde	5e en 7e groep basisonderwijs; duur: 23 weken	met controlegroep	m.b.t. wiskunde-opgaven begrip, planning, prestatie en attitude	positief
Wickelgren, 1973	natuurkunde/wiskunde	bovenbouw vwo en studenten; duur: 2 maanden	informeel/geen controlegroep		onduidelijk

vervolg tabel 1.1:

auteur	domein	doelgroep	evaluatie-opzet	variabelen	resultaat
Post & Brennan, 1976	meetkunde	2e klas v.o.; duur: 2 maanden	met controlegroep	niet duidelijk	negatief; n.b.: er werd van meetkunde-opgaven gebruikgemaakt, maar de algemene heuristische regels werden los daarvan onderwezen
Van Streun, 1989	wiskunde	4e klas vwo; duur: studiejaar	met controlegroep	aanpak en prestatie wiskunde-opgaven	positief
Van den Berg, 1983	natuurkunde	4e klas vwo; duur: studiejaar	controlegroep en voor- en natoetsen	aanpak en prestatie m.b.t. natuurkundeopgaven	geen verschil in prestatiescores, wel in de wijze van aanpak; in de experimentele groep is er geen correlatie tussen begintoetsscores en natoetsscores, in de controlegroep wel; m.a.w.: het programma differentieert naar leerlingen

Terzijde zij opgemerkt dat de evaluatie van een aantal genoemde programma's zwak methodologisch onderbouwd is. Ook over de mate van implementatie wordt weinig concreets geformuleerd (zie ook Marzano, 1986; Nickerson, Perkins & Smith, 1985; Polson & Jeffries, 1985; Resnick, 1987).

In zijn algemeenheid wordt de hypothese dat probleemoplossen wordt bevorderd door daar in het onderwijs gericht aandacht aan te geven, in de literatuur ondersteund. Op enkele studies wordt hieronder ingegaan.
Curbelo (1984) verrichtte een meta-analyse van 68 studies, die uitgevoerd werden in de jaren 1967-1984 in Amerika en betrekking hebben op de natuurwetenschappelijke vakken (science) en wiskunde. Het ging in deze studie om een vergelijking tussen (ruim gedefinieerde) probleemoplossingsinstructies versus niet-probleemoplossingsinstructies. De eerste worden omschreven als die activiteiten die bijdragen aan de vaardigheden in probleemoplossen waaronder begrepen discovery learning, kritisch denken, procesgerichte instructie, inductief denken, e.d. De tweede worden gedefinieerd als instructies die als voornaamste kenmerk hebben dat de leraar en het leerboek de belangrijkste informatiebronnen voor de leerling zijn. Andere namen hiervoor zijn o.a. traditioneel, geleid, uitleggend, leraargericht, leerstofgericht. Afhankelijke variabelen werden gemeten met gestandaardiseerde testen of door leraren ontwikkelde toetsen.
De auteur berekende over studies waarin leerlingen onderricht kregen volgens een probleemoplossingsinstructie, een gemiddelde effectgrootte van .54 (het 95% betrouwbaarheidsinterval van de gemiddelde effectgrootte was .37 tot .71). De aard van het vak speelde geen onderscheidende rol, d.w.z. dat elk van de vakken zich leent voor probleemoplossingsinstructie. Verder vond Curbelo dat lengte van instructie er toe deed: de hoogste resultaten werden bereikt bij een instructieduur van 5-10 weken, bij een instructieduur van 16-20 weken was de winst .37 (gemiddelde effectgrootte).
De auteur geeft overigens geen verklaring voor het opmerkelijke feit dat een langere instructieduur tot minder leerwinst leidt; de studie biedt ook te weinig details om dit nader te kunnen onderzoeken.

De bevindingen met betrekking tot de verbinding van algemene probleemoplossingsregels met een kennisdomein, zoals het schoolvak wiskunde, zijn in overeenstemming met een studie van Marcucci (1980). Deze auteur vergeleek in een meta-analyse over 33 studies (geselecteerd uit 200 publicaties) vier methoden ter bevordering van mathematisch probleemoplossen. Het ging om studies uit de periode 1950-1979 die betrekking hadden op het basis- en voortgezet onderwijs. In elke in de meta-analyse opgenomen studie was sprake van een controlegroep. De vier methoden zijn:

- 'modelling', waarmee niet 'voordoen' bedoeld wordt, maar gebruik van visuele hulpmiddelen, concrete materialen en materiële modellen om de condities of relaties van het probleem te illustreren;
- 'systematische aanpak', een methode waarin een voorschrijvende benadering van probleemoplosen wordt benadrukt;
- 'geleide ontdekking', waarmee een methode wordt aangeduid waarin van geëigende vraagtechnieken gebruik wordt gemaakt om de leerling de oplossing van een probleem te laten ontdekken;
- 'heuristieken', de heuristische methode wordt omschreven als een aanpak waarbij nadruk ligt op algemene probleemoplossingsvaardigheden als het maken van een tekening, vereenvoudigen, gebruik van tabellen voor het organiseren van gegevens, maken van schattingen zodat een leerling een repertoire van oplossingsstrategieën ontwikkelt dat kan worden toegepast bij het oplossen van het probleem (Marcucci, 1980:23/4).

De heuristische methode en de systematische aanpak bleken effectief. Hierbij kan de systematische aanpak overigens als een deelverzameling van de heuristische aanpak gezien worden. De auteur stelde daarbij dat deze bevinding vooral in het basisonderwijs gold en in mindere mate in het voortgezet onderwijs. Met name het Iowa Problem Solving Project wordt als een effectief project aangehaald. In dit project is het vierstappen model van Polya gehanteerd als een algemene richtlijn voor het probleemoplossingsproces. Deze algemene richtlijn werd vertaald naar concrete wiskundige opgaven die in hoofdstukken werden opgenomen; elk hoofdstuk werd aan een specifieke heuristische regel gewijd.
De systematische aanpak - die in feite zoals gezegd als een heuristische aanpak aangemerkt kan worden - werd bijvoorbeeld geconcretiseerd in het volgende stappenschema, bedoeld voor gebruik bij het oplossen van ingeklede vergelijkingen (redactiesommen): 1. Lees het probleem; 2. Besluit welke vraag gesteld wordt en kies een variabele om de onbekende weer te geven (te representeren); 3. Analyseer de andere gegeven informatie en relateer dit aan de onbekende; 4. Schrijf een vergelijking op die de gegeven relatie uitdrukt; 5. Vind het getal dat behoort tot de oplossingsverzameling van de vergelijking en 6. Controleer je antwoord.
'Modelling' en 'geleide ontdekking' bleken beide niet erg effectieve strategieën te zijn.

Resnick (1987) stelt na analyse van een aantal onderwijsprogramma's, die naast wiskundig probleemoplossen overigens ook op leren lezen, leren filosoferen en leren redeneren en kritisch denken betrekking hadden, o.a. het volgende.
De benadering waarbij instructies ingebed worden in het kennisdomein verdient de voorkeur omdat het schoolvak een geschikt en voor de hand liggend kennisdomein is om hogere orde vaardigheden te oefenen. Voorts kan per vak bepaald worden waaruit goed denken en probleemoplossen op dat gebied bestaat: expertgedrag kan goed worden om-

schreven. Ook kan gesteld worden dat elk schoolvak de moeite waard is om op een hoog niveau onderwezen te worden, ook al zou transfer naar andere schoolvakken achterwege blijven. Tenslotte merkt zij op dat een 'habitus' om denkvaardigheden te verwerven langdurig intensief onderricht en oefening vereist; korte termijn interventies zullen niet tot de verwerving van hogere orde vaardigheden leiden.

Deze argumentatie vanuit het perspectief van de leerling kan aangevuld worden met een argument vanuit het standpunt van de leraar. De opvatting van de leraar over zijn vak, probleemoplossen en de relatie daartussen, heeft een diepgaand effect op zijn wijze van onderwijzen. En het is over het algemeen zo dat leraren vanuit de eisen van hun vak denken en niet zozeer vanuit algemene pedagogisch-didactische principes (zie o.a. Marks, 1987; Vermeulen & Gravemeijer, z.j.).

Uit bovenstaande literatuurverkenning komt een aantal variabelen naar voren als van belang voor het ontwerp van een onderwijsprogramma waarmee beoogd wordt (wiskundig) probleemoplossen te bevorderen. Deze variabelen worden hieronder beschreven. Tevens wordt aangegeven welke conclusies op grond van de voorgaande literatuur getrokken kunnen worden.

1. Impliciet - expliciet. De docent hanteert instructies die wel gericht zijn op bevordering van probleemoplossen, maar waarbij niet expliciet de instructies in termen van probleemoplossen worden verwoord. Explicietheid is het tegenovergestelde hiervan.
   Geconcludeerd kan worden dat expliciteren en bewustmaken van het verloop van oplossingsprocessen en de daarbij benodigde kennis bevorderlijk is voor leren probleemoplossen.

2. Geïsoleerd - geïntegreerd. Geïsoleerd wil zeggen dat naast het reguliere programma een aparte onderwijsactiviteit betrekking hebbend op probleemoplossen plaatsvindt. Geïntegreerd wil zeggen dat de op probleemoplossing gerichte instructies tezamen met de op de leerstof gerichte instructies gegeven worden.
   Uit de beschreven studies blijkt dat het grootste profijt van instructie in probleemoplossen wordt getrokken als de aan te leren vaardigheden worden verweven met de leerstof.

3. Nadruk op kennis en vaardigheden - nadruk op aanpak en metacognitie. In een programma kan het kennisbestand aan begrippen en vaardigheden sterk worden benadrukt, ook kan meer aandacht gegeven worden aan heuristische methoden en transfervaardigheden.
   Beide elementen zijn van belang, waarbij kennis voorwaardelijk is voor überhaupt kunnen probleemoplossen. Vooralsnog is niet duidelijk of nadruk op de ene dan wel de andere component tot betere resultaten leidt.

4. Strikt voorschrijvend - vrijere instructievorm. In het programma kan gebruik worden gemaakt van een vrij gedetailleerd voorschrift met betrekking tot een 'gewenst handelingsverloop voor de aanpak van opgaven'. In het programma kunnen ook steeds op de geëigende momenten door de docent heuristische regels worden ingebracht en instructies die op probleemoplossingsvaardigheid betrekking hebben.
   Beide aanpakken zijn mogelijk: er is geen duidelijk empirische evidentie ten gunste van één van beide.

5. Tijdsduur: tijdsduur is binnen een opleiding af te meten in weken, maanden of jaren.
   Langdurige interventies of instructieprogramma's verdienen de voorkeur, gelet op de gerapporteerde evaluaties. Dit heeft waarschijnlijk te maken met de complexe aard van de te leren vaardigheden.

6. Instructies opgenomen in het leerlingmateriaal - instructies grotendeels door de docent overgebracht.
   Uit de literatuur kan niet gehaald worden dat één van beide varianten de voorkeur zou verdienen. Het is echter plausibel dat instructies opgenomen in het leerlingmateriaal het onderwijs van de docent kunnen versterken.

7. Constante aandacht voor probleemoplosen - afwisselend (dus perioden met bewuste aandacht voor oplossingsprocessen afgewisseld met perioden met aandacht voor de verwerving van wiskundige kennis.
   Onder verwijzing naar de derde variabele en voorgaande empirische studies, kun je zeggen dat een afwisseling van aandacht voor de kennis en aandacht voor het toepassen ervan de voorkeur verdient.

8. Beperking tot een schoolvak - aandacht voor probleemoplossen in alle schoolvakken.
   Hierover is geen duidelijke en beslissende empirische evidentie ten gunste van één der factoren bekend; het lijkt echter wel zeer plausibel dat een gezamenlijke aanpak in alle schoolvakken bevorderlijk is.

De volgende onderzoeksvragen worden in deze studie aan de orde gesteld. De keuze van deze vragen is gebaseerd op de voorgaande conclusies en variabelen, maar tevens op de mogelijkheden die de praktische onderwijssituatie (het gaat om een veldexperiment) en de materiële (rand)voorwaarden boden.

1. Kan vergroting van probleemoplossingsvaardigheid bereikt worden met een onderwijsprogramma van betrekkelijk korte duur (4 maanden schooltijd)?
2. Kan vergroting van probleemoplossingsvaardigheid bereikt worden met een onderwijsprogramma waarin de op het probleemoplossen

gerichte instructies en voorwaarden vooral door de docent aangegeven worden?
3. Kan vergroting van probleemoplossingsvaardigheid bereikt worden met een onderwijsprogramma waarin nadruk ligt op het sturingsniveau van het probleemoplossingsproces, te weten heuristische methoden en meta-cognitieve vaardigheden?
4. Kan vergroting van probleemoplossingsvaardigheid bereikt worden met een onderwijsprogramma waarin de keuze van heuristische regels en beslismomenten in een vrije vorm wordt overgedragen?
5. Dient een onderwijsprogramma gericht op vergroting van probleemoplossingsvaardigheid naast het reguliere curriculum gegeven te worden dan wel daarmee te worden verweven?
6. Zijn in een onderwijsprogramma waarmee beoogd wordt probleemoplossingsvaardigheid te vergroten meer of mindere effectieve elementen aan te wijzen?

Samenvattend: In het onderhavige onderzoek is het boven aangegeven probleem in een beperkte opzet bestudeerd, waarbij voor de volgende benadering is gekozen. Het gaat om de bestudering van een verandering van een dispositie of vaardigheid in de tijd gezien. Deze verandering vindt een aanvang vanuit een startsituatie en vindt plaats als gevolg van een ingreep van de onderzoeker binnen een gegeven context. Hierbij is gekozen voor een aantal hoofdvariabelen met inachtneming van effectieve parameters (context). In tabelvorm kan dit aldus worden weergegeven:

TABEL 1.2: OVERZICHT VAN HOOFDVARIABELEN EN DE GRONDSTRUCTUUR VAN HET ONDERZOEK

hoofdvariabelen	voormeting	interventie	nameting
*probleemoplossings-vaardigheid leerling	x		x
*kennis van aanpak-strategieën			x
*reflectie op handelen			x
*houding t.o.v. wiskunde	x		x
*instructiegedrag leraren		x	

Onderzoek naar het systeem, gevormd door de 5 hierboven aangegeven variabelen, vindt plaats in de context bepaald door Schoolvariabelen (soort school, niveau, enz.), Leerlingvariabelen (kennisniveau, sekse, enz.) en Leraarvariabelen (onderwijsleerstrategie, leerboek, enz.). In de volgende hoofdstukken wordt een en ander uitgewerkt.

LEESWIJZER

In het volgende hoofdstuk (2) worden op basis van een nadere theoretische uiteenzetting ontwerpeisen geformuleerd voor het gewenste onderwijsprogramma. De ontwikkeling hiervan wordt beschreven in

hoofdstuk 3. Hoofdstuk 4 bevat een aantal uitgebreide citaten uit het ontworpen programma. De opzet van het experimentele onderzoek, variabelenbeschrijving en instrumentatie staan beschreven in hoofdstuk 5. Het lange hoofdstuk 6 geeft de resultaten weer. Tenslotte worden in hoofdstuk 7 de resultaten besproken en gerelateerd aan theoretische uitgangspunten en worden conclusies geformuleerd.

2. ONTWERP VAN EEN ONDERWIJSLEERPROGRAMMA GERICHT OP LEREN OPLOSSEN VAN WISKUNDIGE PROBLEMEN: ONTWERP-EISEN

2.1. Inleiding

Uit de analyse van de leren-denkprogramma's, zoals beschreven in hoofdstuk 1, kan geconcludeerd worden dat een cognitief actieve wijze van betrokkenheid van de leerling bij het onderwijs gewenst is, met het oog op leren probleemoplossen. Actieve betrokkenheid heeft hier betrekking op de wijze waarop kennis wordt verworven en op het toepassen van kennis in uiteenlopende situaties. Het gaat bij probleemoplossen om een constructieve activiteit waarbij sturing plaatsvindt.

In deze studie is niet gekozen voor een aanpak waarbij de kennisverwerving als zodanig centraal staat, maar voor een benadering waarbij de toepassing nadruk krijgt (benadering via aanpak-kennis). De eerstgenoemde benadering zou overigens ook een vruchtbare en begaanbare weg zijn geweest (c.f. Dalida & Norman, 1981; De Jong, 1986).
In hoofdstuk 1 werd gesignaleerd dat leerlingen vaak niet weten hoe een probleem aan te pakken, vaak zichzelf niet op gang kunnen brengen of houden bij het oplossen van opgaven. De beschikbare leerstof levert daarvoor niet voldoende 'cues'. Heuristische aanwijzingen kunnen het op gang zetten van een oplosproces wel bewerkstelligen, doordat beschikbare kennis door herordening en transformatie toegankelijker gemaakt wordt. Het op de gedachte komen om een tabel van de gegevens samen te stellen, kan voldoende zijn om het oplosproces in gang te zetten. Het benutten van de sociale situatie (vragen aan medeleerlingen of docent) trouwens ook.

In het vorige hoofdstuk werden acht variabelen genoemd als sluitstuk van de bespreking van een aantal probleemoplossingsprogramma's. Ten aanzien van elk van die variabelen werd aangegeven in hoeverre een bepaalde waarde ervan gunstig voor leren probleemoplossen is. Daarmee werd richting gegeven aan het antwoord op de vraag hoe een probleemoplossingsprogramma ontworpen zou kunnen worden dat als kernpunten heeft het proces van oplossen en het aanbieden van heuristische aanwijzingen in een algemeen kader. Een verdere doordenking van deze variabelen kan wellicht meer specifieke aanwijzingen voor het ontwerp van een dergelijk programma opleveren.

2.2. Acht variabelen

In deze paragraaf wordt geprobeerd aan te geven waarom de eerder genoemde variabelen voor het ontwerp van een experimenteel onderwijsleerprogramma van belang kunnen zijn. Achtereenvolgens wordt elk van de 8 variabelen besproken.

1. Expliciete instructies
Expliciete instructies bevorderen probleemoplossen om een aantal redenen. Er wordt nadruk gelegd op de proceskant van probleemoplossen in plaats van de resultaatkant. Hierdoor krijgt de leerling gelegenheid met gehele of gedeeltelijke oplossingen te komen. Het oplosproces kan daarbij ondersteund worden door heuristische aanwijzingen of door een meer algemene bespreking. Expliciete instructies geven ook richting aan het proces van oplossen; zij verkleinen als het ware de zoekruimte waardoor er, al naar gelang de behoefte van de leerlingen, meer of minder structuur aan het onderwijsleerproces gegeven kan worden. De instructies kunnen bovendien leiden tot vermindering van de belasting van het werkgeheugen ('noteer de gegevens in een tabel') en kunnen de vorming van een adequate representatie ondersteunen ('maak een schets van vraagstelling en gegevens').
Door de instructies te expliciteren, ontstaat gelegenheid tot reflectie door bijvoorbeeld bespreking van de aanpak in de klas (c.f. Elshout, 1981). Reflectie kan de leerling zicht geven op de samengesteldheid van het oplosproces en daarmee de begrijpelijkheid ervan vergroten. Dit laatste kan leiden tot een betere omzetting van de externe instructies in bruikbare toepasbare kennisrepresentaties (c.f. Simon, 1980).

2. Geïntegreerde instructies
De verwevenheid van heuristische instructies met de leerstof - in tegenstelling tot aparte instructie-sessies - is bevorderend omdat de instructies direct betrekking hebben op de leerstof waar de leerling mee bezig is; dit geeft de mogelijkheid beide soorten kennis - heuristische kennis en vakkennis - met elkaar te verbinden. Het feit dat beide soorten kennis in één onderwijssituatie bij elkaar gebracht worden, maakt het voor de leerling gemakkelijker een verbinding tussen beide te leggen (c.f. Elshout, 1981; Resnick, 1987). Er kunnen probleemschema's 'gebouwd' worden die beide typen kennis bevatten. De leerling kan hierdoor zelf een repertoire van patronen van aanpak van wiskunde-opgaven opbouwen. De leerling kan de wijze van aanpakken zelf uitschrijven en daarmee voor zichzelf een naslagwerkje aanleggen.
Het is overigens zo dat een algemene aanpak in feite pas goed geleerd kan worden als je deze kunt gebruiken op een domein waarop je goed thuis bent. Pas dan kun je je kennis op een verstandige manier organiseren, zodat er een taak mee opgelost kan worden.

3. Strategische kennis
De nadruk op strategische kennis (metacognitie als aanpakkennis) geeft de leerling de mogelijkheid beschikbare kennis aan te roepen en te organiseren. Bijvoorbeeld: gebruik van een strategische regel als 'maak een plan', geeft een aantal cue's die de toegankelijkheid van beschikbare kennis kunnen vergroten. Voor een probleem is vaak nogal veel kennis nodig; ook moeten allerlei tussenstappen en tussenresultaten

onthouden worden en op hun belang voor het proces worden gewaardeerd. Die veelheid van kennis kan gemakkelijker overzien worden als een aantal ankerpunten beschikbaar zijn waaraan die kennis kan worden opgehangen en waardoor een gemakkelijker reproduceerbaar geheel ontstaat. De leerling kan leren schematisch te werken, waardoor de oplossingsstappen een zekere samenhang krijgen; dit vergemakkelijkt de toegankelijkheid voor later gebruik. Deze 'self-monitoring' wordt vergemakkelijkt door een manageriële strategie die structuur geeft aan het oplosproces (c.f. Schoenfeld, 1979).

4. Instructievorm

Vrijere instructievorm dan wel instructie met behulp van een uitgeschreven gewenst handelingsverloop (Mettes & Pilot, 1980) zijn beide bevorderlijk voor probleemoplossen.
Vrijere instructie houdt in dat steeds als dat nodig is bepaalde strategische kennis aangegeven wordt op momenten dat die nuttig kan zijn en ook daadwerkelijk kan worden gebruikt. Door de nabijheid ontstaat gemakkelijker een verbinding tussen de vak- en strategische kennis. Een gewenst handelingsverloop is nuttig in situaties waarbij binnen een welomschreven kennisgebied of onderwerp een vrij omvangrijke taak of probleem moet worden opgelost. Een gewenst handelingsverloop biedt dan een goed organiserend schema om de veelheid van stappen en informatie-elementen te ordenen. Dat werkt goed omdat je vanwege je beperkt werkgeheugen vaak maar een deel van het geheel kunt overzien.

5. Tijdsduur

Langdurige programma's zijn nodig omdat probleemoplossen een complexe vaardigheid is; je moet een aantal vaardigheden die alle afzonderlijk vaak snel te leren zijn, in elkaar zien te schuiven en met elkaar in verband zien te brengen, zodat een geheel ontstaat dat tot resultaat leidt. Het steeds opnieuw assembleren van een geheel vereist veel oefening omdat je steeds te maken hebt met nieuwe kennisinhouden en wisselende taakeisen. De lengte van een optimaal onderwijsprogramma is op voorhand echter moeilijk vast te stellen. Curbelo (1984) vond bijvoorbeeld een optimale duur van 5 à 10 weken en een afname in effect bij 16 à 20 weken in zijn meta-analyse van probleemgerichte onderwijsprogramma's.
Ook de inhoud van de problemen en de context waaraan je steun voor het probleemoplossen kunt ontlenen of die juist een belemmering vormt, kan sterk wisselen en de duur van de benodigde training beïnvloeden. De Leeuw (1983) vond differentiële effecten van een heuristische versus een algoritmisch trainingsprogramma van gelijke duur, afhankelijk van het soort probleem: bij syllogismen bleek 2 maanden na beëindiging van het programma wel een groter effect bij heuristisch onderwezen leerlingen, bij het ontdekken van een principe in een getallenreeks niet.

Het leren onderkennen van het gegeven dat je steeds opnieuw kennis met elkaar in verband moet brengen al naar gelang de taken en taakeisen (assembleren), vereist een reflectief vermogen dat waarschijnlijk veel ervaring vereist. Verondersteld kan worden dat een zekere redundantie in kennis en vaardigheden, een ruim repertoire van vak- en strategische kennis nodig is om adequaat in nieuwe probleemsituaties te kunnen handelen.

6. Instructies opgenomen in het leerlingmateriaal
Het opnemen van heuristische aanwijzingen in de leerlingboeken is bevorderlijk voor probleemoplossen omdat de leerling leerstof en aanpakkennis bij elkaar aantreft en op die wijze gemakkelijker met elkaar verbindt. Bovendien blijkt dat de aanpakkennis bij de leerstof hoort en wordt daarom serieus genomen. De leerling wordt geattendeerd op een wijze van aanpakken van de opgave die kans van slagen heeft. Op deze wijze is het ook mogelijk voor de leerling zichzelf feedback op zijn wijze van aanpak te verschaffen. Het Productive Thinking Program (Covington,1985) is een voorbeeld van een programma dat instructies en leerlingmateriaal bij elkaar zet en dat succesvol is. Van Streun (1989, p.24) verwijst naar een studie van Bos omtrent een leerboekenreeks (Bos & Lepoeter, 1954) waarin aanpakgerichte instructies in de leerboeken zelf werden opgenomen.

7. Afwisseling van uitleg en toepassing
Gezegd is al dat beschikbaarheid van declaratieve kennis voorwaarde is voor kunnen oplossen van taken op een bepaald domein. Het is dus nodig in het onderwijs ervoor te zorgen dat leerlingen die kennis beschikbaar krijgen. Afwisselend verwerven en toepassen zou wel eens tot de beste resultaten kunnen leiden. Van Streun (1989) heeft dit principe met succes toegepast in zijn onderwijsexperiment dat een jaar duurde. Verworven kennis moet echter wel een bepaalde graad van doorwrochtheid bereikt hebben. In de verwervingsfase kan de declaratieve kennis verwerkt worden en vooral doorgewerkt, d.w.z. geherformuleerd in eigen termen, verbonden worden met andere kennis, enz. De kennis krijgt een steviger verankering in het geheugen door de inbedding in een kennisstructuur c.q. meer kennisstructuren. Vervolgens volgt een fase van toepassen of gebruiken waarbij de specifieke kennis verbonden wordt met de meer toepassingsgerichte heuristische kennis. De afwisseling tussen uitleg en toepassing geeft de leerling dus de gelegenheid redelijk vertrouwd te raken met de leerstof (deze te consolideren) en kan vervolgens die kennis leren organiseren op een doelgerichte wijze.

8. Aandacht voor probleemoplossen in alle schoolvakken
Strategische kennis (althans op een bepaald algemeen niveau) kan in een veelheid van situaties en domeinen aan de orde komen; het is daarom gunstig voor leren probleemoplossen als er in alle schoolvakken aandacht aan gegeven wordt. Hoewel elk vak zijn eigen typische aan-

pakkennis nodig heeft, is er toch een gemeenschappelijke grondslag die door reflectie 'zichtbaar' gemaakt kan worden. Dat betekent dat het repertoire van aanpakkennis steeds verbijzonderd wordt, maar omgekeerd dat door de verbijzonderingen in een veelheid van situaties de overeenkomsten, de algemene strategische richtlijnen, tot de beschikking van de leerling komen. Er is dan alleen herkenning van een taaksituatie als problematisch voor nodig om over te gaan tot het gebruik van aanpakkennis die het proces in werking zet, een systematische aanpak zoals die dus verworven werd. Transfer buiten de schoolse situatie mag dan ook verwacht worden. Bovendien - maar dit terzijde - kan dan ook voorkomen worden dat tegenstrijdige aanpakken - of ogenschijnlijk tegenstrijdige aanpakken - die in de diverse vakken aan de orde worden gesteld, en die niet duidelijk met elkaar in verband worden gebracht, de leerling in verwarring brengen dan wel dwingen tot 'systeemscheiding'.

In het voorgaande werden 8 aspecten of variabelen met betrekking tot het onderwijzen en leren van probleemoplossen besproken. De bevindingen omtrent de besproken variabelen kunnen richting geven aan het ontwerp van een onderwijsleerprogramma dat beoogt leren probleemoplossen te bevorderen. Niet elke bevinding of conclusie kon echter in het gewenste programma zijn vertaling vinden. Tijdsduur bijvoorbeeld is een onzekere variabele in dit verband; de lengte van het programma wordt bovendien bepaald door randvoorwaarden als beschikbaarheid van onderzoekers en geld. Niettemin: veel bevindingen en conclusies kunnen wel vertaald worden in ontwerpeisen en daarmee hun neerslag vinden in het onderwijsprogramma. Alvorens op de ontwerpeisen in te gaan, wordt in de volgende paragraaf eerst nog ingegaan op de kenmerken van het kennisdomein waar het hier om gaat, de wiskunde.

2.3. Het kennisdomein wiskunde

Gezien het belang van de vakkenis die in het voorgaande werd benadrukt, is een enkel woord over wiskunde als kennisdomein hier op zijn plaats.
Het onderwijs dient er voor te zorgen dat de leerling in de wiskunde ingeleid wordt. Over de wijze van inleiden wordt discussie gevoerd (o.a. Freudenthal, 1978; Goffree, 1986; Treffers, 1990; Cobb, 1990; Van Oers, 1990; Resnick, 1987; Silver, 1985). Het standpunt dat daarover wordt ingenomen, heeft te maken met het standpunt omtrent wiskunde als zodanig: moet het opgevat worden als een formeel over te dragen kennissysteem of is wiskunde op te vatten als een activiteit ten behoeve van de (cognitieve) ontwikkeling? In de laatste opvatting zou gaandeweg door uitwisseling van standpunten (Cobb (1990) spreekt over "negotiation") betekenisvolle kennis ontstaan.

Uitgaan van het 'formele' standpunt betekent dat wiskunde overgedragen wordt, waarbij dit overdragen allerlei vormen kan aannemen. Het betekent ook dat er sprake kan zijn van welomschreven einddoelen.
Het tweede standpunt houdt in dat leerlingen deelnemen aan een wiskundige praktijk en al deelnemend hun kennis en vaardigheden op betekenisvolle wijze verruimen. Consequent geredeneerd is hier dan ook geen sprake van welomschreven einddoelen, maar van creatieve productie. Dit standpunt zou ook een andere conceptie van onderwijzen vereisen, en daarmee een andere opvatting van leraren over hun eigen professionele handelen. Deze opvatting houdt in dat 'kennis' een sociaal construct is en dus onderhandelbaar: kennis ontstaat in interactie met de (sociale) omgeving en ontleent daar ook zijn betekenis aan. De leerling is hierbij evenzeer partij als de leraar.

In deze studie wordt over deze beide opvattingen genuanceerd gedacht; er wordt een onderscheid gemaakt tussen kennisopvatting ('wat is kennis?') en opvattingen over onderwijs van kennis. Er wordt van uitgegaan dat wiskunde een formeel kennisdomein is waarin leerlingen moeten worden ingeleid omdat onderwijs primair als cultuuroverdracht wordt opgevat. Echter, de wijze van verwerving van wiskundige kennis door de leerling wordt beschouwd als een proces waarbij de voorkennis en de benutting daarvan de functie heeft nieuwe kennis in te passen in bestaande cognitieve schema's (Voss, 1978). Met voorkennis wordt hier wiskundige kennis, maar ook alledaagse kennis over de wereld bedoeld. Door uitwisseling van kennis en ervaringen (dat is expliciteren van voorkennis) met leraar en medeleerlingen wordt dit bevorderd. Hierdoor immers kan er bewustwording en dus zelfsturing optreden en er kan externe feedback worden gegeven. De inrichting van de onderwijsleersituatie met leraar en leerlingen als voornaamste actoren en leerstof als belangrijkste hulpmiddel zou daar voorwaardescheppend voor moeten zijn.

In deze studie wordt van deze noties uitgegaan en er wordt bestudeerd in hoeverre binnen dit kader vergroting van probleemoplossingsvaardigheid van leerlingen mogelijk is. De vraag of het aangegeven kader doorbroken zou moeten worden, is onderwerp van discussie in het laatste hoofdstuk.

2.4. Ontwerpeisen

In deze paragraaf worden drieëntwintig ontwerpeisen (genummerd 1-23) geformuleerd waarmee het boven aangegeven gewenste onderwijs ontwikkeld kan worden. De ontwerpeisen zijn afgeleid uit de hierboven aangegeven theoretische noties en de conclusies die op grond van de literatuur werden getrokken (zie hoofdstuk 1 en § 2.2 en 2.3).
Deze ontwerpeisen hebben betrekking op de rol van de leraar, de

vormgeving van de leerstof, de overdracht van oplosstrategieën (heuristische aanwijzingen) en de klascontext.

De volgende elementen zijn naar onze mening van belang in een benadering die gericht is op leren probeemoplossen:

a. de klassituatie c.q. groepering van de leerlingen
b. de vormgeving van de leerstof
c. de rol van de leraar
d. de elementen van een probleemaanpak
e. de inbreng van de leerlingen.

De hierboven genoemde elementen hebben alle betrekking op het onderwijsleerproces en hebben te maken met de drie voornaamste elementen daarin, namelijk leerling, leerstof en docent. Groepering van leerlingen is belangrijk vanwege de mogelijkheden die de leraar daarmee verkrijgt om interactieve situaties te scheppen. De leerstof valt uiteen in twee componenten, te weten leerstof als vakkennis en leerstof als strategische kennis. Bij de leerling gaat het vooral om diens actieve inbreng, zowel in de vorm van verwoording als uitvoeringsactiviteiten.

a: De klassituatie

De klassituatie wordt vooral bepaald door de wijze van groeperen van leerlingen, de werkvormen en de interactie leraar-leerlingen.
Ten aanzien van werkvormen is de volgende ontwerpeis geformuleerd:

1. In het programma dienen de volgende werkvormen voor te komen: onderwijsleergesprek/zelfstudie/uitleg met discussie/tafelgroepjes.

Er dient een zodanige klassituatie georganiseerd te zijn, dat een variatie aan werkvormen, interactiemogelijkheden en communicatie tussen leraar en leerlingen en leerlingen onderling gerealiseerd kan worden. De hantering van het onderwijsleergesprek, het gebruik van zgn. denkvragen, groepswerk en zelfstudie bieden de mogelijkheid leerlingen actief bij de inhoud van de les te betrekken. De leerling wordt daardoor op gang gehouden en blijft met het oplosproces bezig. De verwoording over en weer van (aspecten van) het oplosproces geeft de mogelijkheid van reflectie en daarmee tot wijzigingen of aanvullingen van leemten.
In het onderwijsleergesprek kan de docent (al of niet retrospectief) het proces van oplossen aan de orde stellen; hierbij kunnen alternatieve oplossingen door leerlingen naar voren worden gebracht. Alternatieve oplossingen geven een demonstratie van de mogelijkheid dat méér oplossingsroutes begaan kunnen worden. Ook geeft de bespreking van alternatieven de leerling de gelegenheid meer samenhang in zijn aanpakkennis te brengen.
Uitleg met discussie is zinvol bij de introductie van nieuwe of moeilijke begrippen. Uitleg is zinvol om de leerling op weg te helpen, im-

passes te doen overwinnen dan wel om nieuwe kennis gemakkelijker te doen aansluiten bij de voorkennis (c.f. Kemme, 1990).
Werken in groepjes geeft de mogelijkheid van taakgerichte interactie tussen leerlingen, waarmee explicitering van 'denkprocessen' bereikt kan worden. De leerlingen kunnen elkaar ook op gang houden.
Zelfstudie is een werkvorm die het mogelijk maakt zojuist verworven kennis in het eigen kennisbestand te integreren in een eigen tempo. Dit is van belang omdat leerlingen op het punt van verwerking van nieuwe informatie sterk van elkaar kunnen verschillen.

Alle hierboven genoemde werkvormen, behalve de zelfstudie, maken het mogelijk het denkproces of aspecten daarvan zichtbaar te maken, waarmee het toegankelijk gemaakt wordt voor externe sturing en feedback. Deze werkvormen geven ook de mogelijkheid op momenten dat dat nuttig lijkt, instructies over het proces van oplossen te geven; er is dan een directe koppeling tussen aanpakkennis en leerstof te maken door de leerling.

Een tweede ontwerpeis heeft betrekking op de besteding van de lestijd. De ontwerpeis luidt aldus:

2. Er moet lestijd beschikbaar zijn voor probleemoplossingsactiviteiten.

Deze ontwerpeis is bedoeld om te voorkomen dat tijdens de les veel tijd in routinematige activiteiten gestoken wordt: de lestijd moet vooral benut worden om explicitering van aanpak of oplosprocessen tot stand te brengen. Automatisering kan beter bij het huiswerk ondergebracht worden.

b: De vormgeving van de leerstof
Er wordt uitgegaan van de leerstof zoals die op het programma staat (in het leerboek). De daarin genoemde onderwerpen kunnen echter elk op diverse manieren aan de leerlingen worden gepresenteerd. Een gebruikelijke presentatie is uitleg van begrippen gevolgd door een reeks van opgaven die veelal weinig gevarieerd zijn in vormgeving. Sommige leergangen doorbreken dit stramien (o.a. Moderne Wiskunde 4e editie, de Wageningse Methode, Eksakt en het HEWET-leermateriaal), maar empirisch effect-onderzoek is hierover nog niet bekend. Van Streun (1989) heeft in zijn vergelijkend onderzoek naar drie onderwijsmethoden in de vierde klas HAVO hiermee wel een aanzet gegeven.

Met betrekking tot de vormgeving van de leerstof is een achttal ontwerpeisen geformuleerd. Deze zullen hieronder achtereenvolgens aan de orde komen.

3. De notaties, formules, operaties, e.d. in de wiskunde moeten goed gekend worden.

Kennis van de begrippentaal van de wiskunde (notaties, formules, operaties) dienen goed gekend te zijn om in probleemoplossingsproces-

sen te kunnen functioneren. Niet alleen is dit een voorwaarde voor het bereiken van een juiste of acceptabele oplossing, kennis van zaken geeft ook houvast bij het zoeken naar een oplossing (Covington, 1985).

4. Aanbieding van de leerstof is zodanig dat steeds de grote lijn zichtbaar gemaakt kan worden.

De leerstof waar het over gaat, bijvoorbeeld Vergelijkingen en Ongelijkheden, dient in relatie gebracht te worden met leerstof die al eerder werd behandeld en leerstof die nog behandeld gaat worden, bijv. functies. Met andere woorden: de leerstofonderwerpen dienen expliciet onderling aan elkaar gerelateerd te worden, zodat integratie mogelijk kan worden. (Overigens moet de leerling zelf hier een actieve rol in kunnen spelen, zijn eigen structuur kunnen ontwikkelen; Lodewijks, 1978). De leerling kan hierdoor ook duidelijk worden gemaakt dat hij niet alleen voor het heden werkt, maar ook voor de toekomst; voorts dat het niet gaat om geïsoleerde stukjes kennis, maar om elementen uit een veel groter geheel (de wiskunde), een geheel waarmee een diversiteit aan problemen te lijf kan worden gegaan. Het belang van deze eis ligt erin dat aan de leerling de verbinding tussen eerder geleerde kennis en nieuwe kennis aangereikt wordt, waardoor integratie wordt vergemakkelijkt.

Beide eisen hebben niet zozeer met aanpakkennis te maken als wel met de kennisverwerving die noodzakelijk is voor goed kunnen probleemoplossen. Het gaat hier om de doorwerking en uitbreiding ('elaboratie') van begrippen, zodanig dat generalisatie en specialisatie mogelijk wordt. Gebruik van dergelijke 'geëlaboreerde' kennis in probleemoplossingssituaties kan tot een probleemgerichte organisatie ervan leiden.

5. De leerstof dient verbonden te worden met een reeks van toepassingsmogelijkheden.

De vervulling van deze eis is sterk afhankelijk van de gekozen leergang. Met toepassingsmogelijkheden wordt de gelegenheid gegeven verworven kennis probleemgericht te benutten.

6. Leerstof dient ook in de vorm van opgaven aangeboden te worden zodanig dat daadwerkelijk oplossingsprocessen uitgelokt worden.

Deze eis berust evenals de voorgaande op de gedachte dat voortgebouwd kan worden op de ervaring die met probleemoplossen wordt opgedaan. Ervaren of doen biedt de mogelijkheid het eigen proces te evalueren, niet alleen uitkomsten, maar ook het proces. Dit kan volgens Chase en Chi (in: Frederiksen, 1984) leiden tot verwerving van patronen van begrippen en daarop toe te passen operaties. Veelvuldig doen leidt tot verfijning van kennisstructuren.
Daarnaast biedt het daadwerkelijk oplossen voor docent of medeleerling de mogelijkheid commentaar op het proces te leveren (c.f. Lochhead, 1985; Van Lieshout, 1985).

7. Er dient variatie in de moeilijkheidsgraad van de problemen aangebracht te worden door formulering, verwijzing naar operaties, complexiteit van de onderliggende structuur.

Deze eis geeft de mogelijkheid aan te sluiten bij het niveau van de leerlingen. Maar ook kan de leerling uitgedaagd worden door heel moeilijke problemen, waardoor hij als het ware gedwongen wordt zijn gehele arsenaal aan aanpakkennis en vakkennis in te zetten en ook aan den lijve of gevoelsmatig ervaart hoe het proces van probleemoplossen in elkaar zit.

8. In het programma dient een aantal verschillende problemen te worden opgenomen die typerend kunnen zijn voor een bepaalde aanpak.

Door verschillende problemen voor te leggen, kan de leerling ervaren dat een bepaalde aanpak in een diversiteit van situaties bruikbaar kan zijn. Daarnaast wordt door de variatie in de inhoud van vraagstukken de leerling gedwongen steeds te generaliseren (o.a. Charles & Lester, 1984; Elshout, 1987), hetgeen de 'probleemgerichtheid' van de kennis vergroot.

9. Inhoud van de problemen betrekken uit diverse levensgebieden.

Met deze eis wordt beoogd te bevorderen dat de leerling een verbinding legt tussen de taakeisen en "kennis van de wereld", waardoor wellicht bruikbare kennis benut kan gaan worden.

10. Hardopdenken dient in de klas te worden aangemoedigd.

Verwoording van denkprocessen kan leiden tot meer bewustwording en daarmee tot hechtere verankering in het kennisbestand. Daarenboven biedt verwoording de mogelijkheid van extern commentaar en feedback, bijvoorbeeld door de leraar of een medeleerling, op het denkproces. Deze externe sturing kan geleidelijk overgaan in zelfsturing.

Het gaat er bij de voorgaande ontwerpeisen 5 tot en met 10 steeds om dat de beschikbare vakkennis verbonden wordt met de activiteit van het probleemoplossen. Deze kennis wordt steeds op een andere manier gebruikt en ingezet, hetgeen leidt tot herordening van het kennisbestand. Er vindt integratie van aanpakinstructies en vakkennis plaats.
Het is daarbij veelal nodig dat de leerling eigen intuïtieve noties en oplossingsstrategieën inzet, waardoor nieuwe verstrengelingen van vakkennis en aanpakkennis tot stand kunnen komen.

11. De bedoeling van de opgave moet duidelijk worden aangegeven (gaat het om kennen, begrijpen, toepassen, oplossen, etc.).
12. De beoordelingseisen moeten duidelijk gesteld zijn.

Deze beide eisen hebben tot doel een duidelijke sturing van het leer- en denkproces van de leerling te geven. Door de leerling kan zodoende een duidelijke koppeling worden gelegd tussen bepaalde taakeisen

(problemen) en oplossingsprocessen. Bovendien, als beoordelingseisen betrekking hebben op de explicitering van denkprocessen, dan dwingt dat de leerling daarmee rekening te houden (Frederiksen, 1984; Leder & Gunstone, 1990). De leerling verkrijgt hiermee eveneens de mogelijkheid zichzelf te controleren en feedback te verschaffen.

c: De rol van de leraar
De rol van de leraar is in deze benadering gericht op de ondersteuning van het proces van oplossen zodanig dat de leerling dáár wat van opsteekt. De leraar heeft hierbij een cognitieve rol (instruerend, kennis over het proces van probleemoplossen overdragend door uitleg, voordoen, laten zien, enz.) en een affectieve rol (bemoedigend, gericht op het creëren van een open klimaat). Hij dient zich er ook sterk van bewust te zijn dat hij door zijn ervaring en kennis de opgaven en het oplossen daarvan vanuit een geheel ander ('deskundig') kader beziet dan de leerling.

De volgende ontwerpeisen werden geformuleerd:

13. Variatie aanbrengen in het soort vragen dat door de leraar gesteld wordt (kennisvragen, etc.).

Het gaat hier om het hanteren van diverse soorten vragen en antwoorden, t.w. zogenaamde kennis-, begrips-, toepassings-, analyse-, synthese- en evaluatievragen (Gall e.a., 1971). Binnen een tweegesprek dan wel een klassikaal onderwijsleergesprek is de leraar - zeker aanvankelijk - degene die door sturing middels vragen en opmerkingen leerlingen ertoe brengt leerstof te accepteren, te verwerven, te verwerken en toe te passen. De vragen zouden gericht moeten zijn op het doordenken van het probleem, op het zelf vragen opwerpen, op aanmoedigen tot speculatie.
Het is belangrijk dat de docent een dynamische leersituatie creëert, interacteert met de leerling zodanig dat er gezamenlijk een taak volbracht wordt (maar ieder vanuit eigen deskundigheid en rol).
Via dit soort vragen kan het denkproces van de leerling worden aangestuurd en begeleid.

14. Schriftelijke neerslag van het oplosproces verlangen van de leerling.

Deze eis moet de leerling ertoe brengen - evenals dat bij hardopdenken en retrospectie het geval is - zijn oplosproces te expliciteren, hetgeen tot reflectie aanleiding kan geven en de mogelijkheid van extern commentaar biedt. Schriftelijke neerslag geeft een model achteraf van het oplosproces en omdat het 'leesbaar' is, is het gemakkelijk vatbaar voor kritiek en correctie. De leraar kan ingaan op onduidelijkhden, 'sprongen' en verkortingen in het verloop en zodoende het proces van oplossen voor de leerling (verder) verhelderen.

15. In het programma een aantal problemen inbouwen die door een leerling voorgedaan kunnen worden en waarbij deze leerling als model-probleemoplosser dient voor de anderen.

De leraar kan door daadwerkelijk probleemoplossend te werk te gaan de leerling een voorbeeld geven. Daarmee wordt een belangrijke leermogelijkheid voor leerlingen geschapen ('modelling'). Deze voorbeeldfunctie van de leraar geeft tegelijk de mogelijkheid de interessante en bevredigende aspecten van wiskunde 'doen' te laten zien. Voor de leraar is dit echter een moeilijke rol omdat het als 'expert' moeilijk is allang geautomatiseerde oplosprocessen te 'ont-automatiseren' en een beginnersproces te simuleren. Een redelijk goede leerling kan echter ook deze rol vervullen. Het belang van 'modelling' ligt erin dat allerlei aspecten van het oplossen, zoals aarzelingen, impasses, omwegen, tussenstappen en de affecties hierbij (die veelal impliciet blijven), zichtbaar worden zodat de leerling een realistisch beeld van het proces van oplossen kan krijgen. Een verdergaande onderwijsstrategie maakt gebruik van een rolverdeling tussen 'leraar' en 'leerling' waarbij 2 leerlingen afwisselend als leraar en leerling optreden (Palinscar & Brown, 1984). 'Modelling' heeft zowel een cognitieve als een affectieve functie in het onderwijsproces.

d: Elementen van een probleemaanpak
De voorgestane benadering is erop gericht kennis zo wendbaar en transfereerbaar mogelijk te doen zijn. Een mogelijkheid hierbij is het gebruik van een probleemoplossingstaal: de leerling leert denken met behulp van begrippen en technieken die hem de mogelijkheid schenken tot zelfsturing te komen van het eigen oplosproces (vergelijk: De Bono, 1985). Binnen het globale raamwerk dat door bijvoorbeeld Polya (1957) is opgesteld voor wiskundig probleemoplossen, kunnen een aantal heuristische regels worden geformuleerd die het oplosproces op gang kunnen brengen en houden. In het onderwijs kunnen slechts voorwaarden voor het verwerven van hogere cognitieve vaardigheden zoals de in deze studie bedoelde sturingsvaardigheden, geschapen worden. In deze studie worden het expliciet aandacht geven aan het oplosproces en het aanreiken van heuristische regels als invullingen van dergelijke voorwaarden gezien. Het gaat om een leerondersteunend systeem dat de leerling kan helpen zijn denkprocessen te organiseren (Bereiter, 1985).

Er werden 6 ontwerpeisen in dit verband geformuleerd die uiteengelegd worden in een aantal heuristische regels (c.f. Van den Berg, 1983; Wickelgren, 1974).

16. Er moet een repertoire van oplossingsstrategieën en -taktieken worden geformuleerd dat door de leraar op het geëigende moment ingebracht kan worden. Eén of meer lessen moeten expliciet aan probleemoplossen en oplossingsstrategieën worden gewijd.

Voor een nadere uitwerking van deze eis wordt uitgegaan van een algemeen fasen-model van probleemoplossen, te weten:

. encodering ('opnemen' van de opgave of taak);
. representatie-ontwikkeling (het probleem ontwikkelen, begrijpen, er vat op pogen te krijgen);
. afwikkeling (uitrekenen, algoritmisch oplossen);
. evaluatie.

Dit model komt overeen met het schema van Polya: begrijpen/plan ontwikkelen/uitvoeren plan/terugblik.
Voor elk van deze fasen in het probleemoplossingsproces zijn nu prescriptieve regels te formuleren. Deze prescriptieve regels behoren onderdeel van het onderricht te zijn, d.w.z. de leraar zou deze regels elk moment moeten kunnen inpassen in de onderwijsleersituatie, idealiter in aansluiting bij het oplosproces waar de leerling mee bezig is. De nu volgende ontwerpeisen zijn ingedeeld naar de hierboven genoemde fasen.

Fase van encodering (leesfase)

17. De leerling moet geleerd worden dat de tekst tenminste begrepen moet worden, bijvoorbeeld door alle woorden, begrippen en symbolen die niet begrepen worden aan te geven en op te zoeken (door terugbladeren in het boek (register), vragen aan leraar of medeleerling, etc.).

Deze fase loopt over in de volgende fasen van representatievorming, planning en evaluatie.

Fase van representatievorming

18. De leerling dient te leren zich af te vragen: wat zijn de kerngegevens, de condities; wat roepen ze bij je op, welke kennis 'komt naar boven', wat wordt eigenlijk gevraagd, gebruik je eigen woorden.
19. De leerling dient te leren zich af te vragen hoe de opgave aangepakt kan worden en hoe daarbij heuristische regels zoals de volgende gebruikt kunnen worden:
    . notatie-heuristiek;
    . maak een schets (denkschetsen);
    . vereenvoudigen; laat een restrictie even terzijde;
    . plaatsen of typeren (soortgelijk probleem eerder opgelost?); waar doet het probleem je aan denken? welke essentiële formule zou je nodig kunnen hebben?
    . verzamel meer informatie en probeer vandaar uit opnieuw het probleem aan te pakken;
    . probeer eens wat (maar wees je ervan bewust dat je probeert);
    . maak een schatting van wat het resultaat zou kunnen zijn.

Ook andere meer algemene strategieën zijn mogelijk, zoals:
    . terugkeer naar de definities;
    . achterwaarts werken, de uitgangspositie verwisselen met de doelpositie.

Fase van afwikkeling

20. De leerling dient te leren zich af te vragen hoe de opgave afgewikkeld kan worden, bijvoorbeeld met behulp van:
    . inventarisatie van stappen en tussenresultaten op papier;
    . controleer je tussenstappen;
    . onderbreek je oplosproces en maak de stand van zaken op.

Fase van evaluatie

21. De leerling dient te leren zich af te vragen wat de betekenis van het resultaat kan zijn door aanwijzingen als:
    . bekijk of de uitkomst plausibel is;
    . controleer de uitkomst (vragen of opzoeken);
    . controleer eventueel berekeningen;
    . ga na of je eventueel fouten had kunnen vermijden;
    . ga na of je de uitkomst sneller of 'slimmer' had kunnen verkrijgen;
    . ga na hoe je het probleem aangepakt hebt;
    . maak een eigen opgave die je op dezelfde manier kunt aanpakken.

e: De inbreng van de leerlingen

De voorgestane benadering is erop gericht de inbreng van de leerlingen in het onderwijsleerproces - binnen de schoolorganisatorische randvoorwaarden - voortdurend te vergroten. Deze actieve participatie kan het volgende omvatten:

- alternatieve oplossingen naar voren brengen;
- actief vragen stellen;
- informatie uitwisselen met medeleerlingen en met de leraar;
- voorbeeldsom uitwerken;
- zelfstudie/huiswerk gericht op het zichtbaar maken van het oplossingsproces.

Een aantal aspecten is al in eerder genoemde ontwerpeisen aangegeven. Twee aanvullende eisen worden hier vermeld.

22. Huiswerkinstructies dienen gericht te worden op de verwerving van probleemoplossingsvaardigheden.
23. Verlang van de leerlingen dat zij schriftelijk of mondeling hun werkwijze of aanpak kunnen toelichten en neem dit als eis op in de beoordeling.

Belangrijk is dat de wijze waarop de taken of opgaven worden gemaakt, zo expliciet mogelijk gemaakt wordt. Gemaakte fouten en verkeerde redeneringen zouden bijvoorbeeld niet uitgewist moeten worden, opdat er hetzij door de docent hetzij door medeleerlingen commentaar op kan worden gegeven. In de huiswerkopdrachten kunnen accenten gelegd worden op bepaalde oplossingsfasen en heuristische regels. In de bespreking en/of beoordeling van het gemaakte werk kan hier dan expliciet aandacht aan worden gegeven. De wijze waarop de opgave moet worden uitgevoerd, d.w.z. de eisen die aan de uitvoerings-

procedures, de producten en de sociale organisatie (al of niet samenwerken) worden gesteld, is van invloed op het leer- en oplosproces (Blumenfeld e.a., 1987).

Bovenstaande ontwerpeisen dienden als leidraad bij de ontwikkeling van het onderwijsleerprogramma. Deze ontwikkeling wordt in hoofdstuk 3 beschreven.

3. DE ONTWIKKELING VAN HET ONDERWIJSLEERPROGRAMMA

3.1. Inleiding

In dit hoofdstuk wordt gerapporteerd over de ontwikkeling en kenmerken van het onderwijsleerprogramma. Dit programma is ontwikkeld in de pilot-fase van deze studie (Riemersma & Van de Venne, 1988). Met het programma wordt, zoals eerder vermeld, beoogd leerlingen te leren wiskundige en strategische kennis in probleemsituaties te benutten.
De specificaties van de doelstelling vormen naast randvoorwaarden belangrijke aanwijzingen voor de opzet van het bedoelde onderwijs.
Het ontworpen onderwijsleerprogramma heeft betrekking op ongeveer 4 maanden van een schooljaar (september-december) waarin elke week 3 lessen in de wiskunde worden verzorgd. Het is bedoeld voor de tweede klas in het voortgezet onderwijs.

3.2. Vraagstellingen

Er is voor gekozen het programma te ontwikkelen samen met leraren; voorts is er voor gekozen een proefuitvoering te houden alvorens het programma daadwerkelijk te testen op de beoogde effecten. Voor deze beide ontwikkelactiviteiten is gekozen om de volgende redenen:
De keuze voor een veldexperiment bracht met zich mee dat rekening diende te worden gehouden met factoren die de uitvoering van het ontworpen programma zouden kunnen beïnvloeden. Uit literatuur met betrekking tot (grootschalige) innovaties komen een aantal factoren naar voren die voor de invoering en uitvoering van een vernieuwingsprogramma van belang lijken (Fullan & Pomfret, 1977; Van den Berg & Vandenberghe, 1984; Van de Grift, 1987). Er worden factoren genoemd met betrekking tot landelijke ontwikkelingen en beleid, implementatiestrategieën, kenmerken van de innoverende eenheid en kenmerken van het vernieuwingsprogramma. In deze studie gaat het, gezien het beperkte kleinschalige karakter van de vernieuwing, om de laatste soort factoren. Daarbij gaat het vooral om het gegeven dat docenten een curriculum gewoonlijk in meer of mindere mate aanpassen aan hun eigen bedoelingen en hun beoordeling van wat de leerlingen aankunnen (Smylie, 1989).
De volgende factoren lijken van belang (Van de Grift, 1987; Schoenfeld, 1989):

1. de mate van gedetailleerdheid en explicietheid van kenmerken van het programma;
2. de mate van aansluiting op de opvattingen van docenten;
3. de bespreekbaarheid van het programma en het achterliggende idee (rationale);
4. de praktische uitvoerbaarheid;

5. het relatieve voordeel van het programma ten opzichte van de vigerende praktijk.

Het belang van deze factoren zou direct kunnen blijken als practici nauw betrokken zouden worden bij de ontwikkeling van het programma en wanneer het programma in een proeffase werd uitgeprobeerd.
Voorts was het van belang om meer gedetailleerd informatie te verkrijgen over de verwezenlijking van elk van de gestelde ontwerpeisen (zie hoofdstuk 2); alleen een proefinvoering zou daarover in redelijke mate uitsluitsel kunnen geven.
Tenslotte was het ook van belang aanwijzingen te verkrijgen voor een geschikte introductie van het programma voor de leraren die in de uiteindelijke toetsingsfase het programma zouden hanteren.
De volgende vragen dienden derhalve in deze proeffase te worden beantwoord:
1. Kan het programma zoals ontwikkeld op grond van de geformuleerde ontwerpeisen uitgevoerd worden; aan welke eisen kan wel en aan welke niet worden voldaan?
2. Welke factoren zijn van belang en welke condities spelen een rol bij de realisering van het programma?
3. Is er zicht te verkrijgen op mogelijke effecten?

3.3. Grondslag van ontwikkeling

In hoofdstuk 2 is aangegeven dat er vanuit theoretische overwegingen en empirische bevindingen een aantal ontwerpeisen zijn geformuleerd. Ontwerpeisen worden in deze studie opgevat als vooraf gestelde aan theorie ontleende eisen met betrekking tot de vormgeving en inhoud van een educatief ontwerp en vormen als zodanig de verbinding tussen verklarende theorie en uitvoeringspraktijk (c.f. Glaser, 1976). Hantering van ontwerpeisen die te zien zijn als de operationaliseringen van theoretische ideeën biedt het voordeel dat vrij gedetailleerd voorschriften zijn op te stellen.
Zoals uit hoofdstuk 2 blijkt, hebben de ontwerpeisen betrekking op de leerstof, de rol van docent en leerling en de leercontext (te weten instructiewijzen, tijdsverloop) en de rol van de leerling (gewenste leeractiviteiten); het gaat hierbij vooral om bevordering van de besturingsaspecten van het oplossen van opgaven.
Er is gekozen voor een veldonderzoek waarbij de inbreng van docenten in zo'n 'realistische' situatie essentieel is. De keuze van leerstof behoort bij uitstek tot de competentie van docenten, zodat daaraan niet getornd werd. Wel werden aanpakstrategieën bij probleemoplossen toegesneden op de gekozen leerstof en werd in de didactische aanwijzingen het accent gelegd op bevordering van bewustwording van oplossingsprocessen bij de leerlingen.

Voorts is rekening gehouden met de in paragraaf 3.2 genoemde factoren die bij de invoering en uitvoering van een vernieuwingsprogramma van belang zouden kunnen zijn.
Met de eerste factor werd rekening gehouden door lessen volledig uit te schrijven met expliciete verwijzing naar de leerstof in het boek. Voor deze gedetailleerdheid werd gekozen opdat het programma voldoende steun zou geven aan de docenten in hun uitvoering van het programma. Dit bood tevens gelegenheid de lessen aan de hand van schriftelijke stukken met de docenten te bespreken en het gaf de mogelijkheid de uitvoering aan de hand van de verrichte observaties te bediscussiëren (3e factor).
Vanwege design-technische overwegingen (zie hoofdstuk 5) zouden alleen leraren gevraagd worden mee te doen die positief stonden ten opzichte van het belang van probleemoplossen in het wiskunde-onderwijs. Hiermee werd tevens de aansluiting tussen de opvattingen van de docent en de ideeën die aan het programma ten grondslag liggen bevorderd (2e factor). Door de ontwikkeling van het programma in samenwerking met twee ervaren en enthousiaste docenten te realiseren, werd aan deze eis voldaan.
Het relatieve voordeel ten opzichte van de vigerende praktijk (5e factor) zou in de praktijk duidelijk moeten worden. De 4e factor wordt hieronder verantwoord.

Vanwege deze factoren is er - zoals eerder vermeld - voor gekozen bijsturing door middel van praktijkwensen en ideeën in het ontwikkelproces in te bouwen. De theoretische fundering werd geconcretiseerd door uitgeschreven lessen - instructievoorstellen gekoppeld aan leerstof en opgaven - te toetsen aan de ontwerpeisen. De toetsing vond plaats in interactie tussen de onderzoekers, waarbij met name een wiskunde-didacticus een belangrijke rol speelde in de vertaling van theorie naar praktijkinstructies. De daadwerkelijke praktische inbreng werd gerealiseerd door besprekingen met de twee leraren/uitvoerders, de observaties in de klassen en de nabesprekingen daarover. De toetsing van de uitgeschreven lessen aan de praktijk had betrekking op de uitvoerbaarheid in termen van omvang, planning, aansluiting bij werkwijzen van de leraar, e.d.
Het ontwikkelproces verliep als het ware in twee cycli, een korte termijn-cyclus en een lange termijn-cyclus.
De korte termijn-cyclus hield in dat op grond van eerste besprekingen en ervaringen met het eerste hoofdstuk bijstellingen in volgende hoofdstukken aangebracht werden en zo vervolgens.
De lange termijn-cyclus hield in dat op grond van de analyse van de besprekingen en observaties na afloop van de pilot-fase bijstellingen werden aangebracht.

Samenvattend: het programma is ontwikkeld langs drie lijnen, namelijk een leerstoflijn, een onderwijslijn en probleemaanpak.

De leerstoflijn hield in dat de bestaande leerstof werd benut, de keuze van opgaven vond plaats in overleg met de leraren.
De onderwijslijn werd belichaamd in een onderwijsplan: instructiewijzen en tijdsverloop werden in samenhang gebracht met gewenste leeractiviteiten (zie figuur 3.1).

FIGUUR 3.1: ONDERWIJSPLAN, SAMENHANG TUSSEN INSTRUCTIEWIJZEN EN GEWENSTE LEERACTIVITEITEN

	onderwijsprocedures					
	zelf-werkzh. met onderst.	klassik. doceren	indiv. uitleg	zelf-studie alleen	onderwijs-leer-gesprek	groeps-werk
gewenste aktiviteit:						
leren door doen: opdoen van ervaring, reflecteren op eigen handelen	x			x		x
leren door uitleg: aangeven nieuwe stof, aangeven verbanden met voorafgaande leer-stof en voorkennis		x	x			
leren door voorbeeld: aangeven concreet modelproces	x	x	x	x		
leren door discussie: reflectie op handelen verwerven nieuwe benaderingen					x	x

Tenslotte is er sprake van een probleemaanpak, aanpakregels die verwerkt zijn in de teksten van de lessenreeksen en waarvan de grondvorm de basisheuristiek is (bijlage 3.1).

3.4. Structuur van het programma

Het programma is opgebouwd uit vier delen, resp. gekoppeld aan de hoofdstukken 1, 2, 3 en 5 van het leerboek Moderne wiskunde, deel 3, 4e editie, bestemd voor de tweede klas van het algemeen voortgezet onderwijs. In grote lijnen ziet het programma er als volgt uit:

A. hoofdstuk 1: Evenredigheden (verhoudingen, evenredigheden); aantal lessen: 11; accent op: verwoorden aanpak van opgaven.
B. hoofdstuk 2: Meetkunde (hoogtelijnen, driehoeken, 4-hoeken); aantal lessen: 10; accent op: analyse van opgaven/vorming representatie).
C. hoofdstuk 3: Getallen (rekenen, machten, vierkanten/worteltrekken);

aantal lessen: 8; accent op: verwoorden en begrijpen van aanpak-instructies.

D. hoofdstuk 5: Vergelijkingen en ongelijkheden;
aantal lessen: 10; accent op: de evaluatiefase van probleemoplossen.

N.B. In alle delen kwamen alle facetten van probleemoplossen aan bod, maar de leraar kon accenten leggen ondersteund door de uitgeschreven lessen.

De lessen hadden de volgende grondstructuur:

- er is een groepsbegin waarin het huiswerk of nieuwe leerstof wordt besproken, in de vorm van een onderwijsleergesprek;
- werken aan opgaven in tweetallen of groepjes;
- klassikaal bespreken van de gemaakte opgaven/bespreken nieuw huiswerk.

De opeenvolging van de leerstof werd - zoals gebruikelijk - bepaald door de opeenvolging zoals die in het leerboek te vinden is (c.f. Rabinowitz & Schubert, 1989). Wel werd een selectie binnen elk van de hoofdstukken gemaakt ten aanzien van de te behandelen opgaven.

3.5. Bevindingen van het ontwikkelwerk

Het programma is uitgevoerd en uitgeprobeerd in de periode september 1987 - januari 1988. Aan het ontwikkelwerk en de proefinvoering namen twee leraren deel van twee scholen deel, ieder met 2 tweede klassen. De proefinvoering is opgezet als een experiment met één experimentele groep met voor- en natoets. Gegevens over de proefinvoering zijn verzameld door middel van observaties, interviews met de leraren, voortgangsbesprekingen en analyse van het schriftelijk werk van de leerlingen. Ook zijn een voor- en natoets afgenomen en een peiling van de beoogde effecten door middel van een zogenaamd 'learnerreport' (zie voor meer details hoofdstuk 5).
De observaties werden verricht door twee observators: één observator woonde de lessen van school 1 bij, de andere van school 2. Er werden in totaal 39 lessen geobserveerd.

In het volgende wordt samenvattend gerapporteerd over de voornaamste bevindingen; meer uitvoerig is hierover verslag gedaan in Riemersma & Van de Venne (1988).

De korte termijn-cyclus behelsde vooral de voortgangsbesprekingen. Hierin kwamen aan de orde de uitgeschreven hoofdstukken van het programma en de ervaringen in de les. Bespreking van de hoofdstukken leverde het volgende op:

- leerstofbezuiniging: thema's en opgaven worden geschrapt;

- bijstelling van de planning, sommige onderwerpen vereisen 2 lessen in plaats van 1;
- bijstelling in de keuze van de onderwerpen: sommige opgaven zijn niet geschikt vanwege omvang en rekentechnische problemen;
- toevoegen didactische aanwijzingen, bijv. gebruik voorbeelden en overheadprojector;
- vermelding van bepaalde moeilijkheden die leerlingen met bepaalde opgaven zullen hebben bij bepaalde onderwerpen;
- wijzen op de soms onduidelijke formulering van het boek;
- bespreking van de typische kenmerken van het boek, als geringe terugzoekmogelijkheden/geringe expliciete verbindingen tussen hoofdstukken/weinig expliciete theorie/de grote nadruk op het maken van opgaven;
- de rol van de rekenmachine;
- de tegenstrijdigheid van delen van het programma met sectie-afspraken (bijv. de balansmethode bij vergelijkingen);
- taxatie door de docenten van effecten bij de leerlingen: zij durven opgaven meer aan te pakken en zij werken meer dan vroeger met meer plezier;
- aan de uitvoering van het programma ligt een behoorlijke tijdsinvestering ten grondslag, het vergt veel voorbereiding.

Bespreking van de leservaringen leverde op:
- de planning is te krap, er is meer tijd voor de uitvoering van het programma nodig;
- er zijn te veel klassikale momenten gepland waardoor de samenwerking tussen de leerlingen onvoldoende aan bod komt;
- leerlingen zijn erg antwoordgericht; bij het samenwerken ligt de nadruk sterk op het antwoord, niet zozeer op de aanpak;
- het verzamelen en formuleren van tips is lastig, het is voor leerlingen moeilijk een hint te formuleren zonder meteen te gaan oplossen;
- er is een verschuiving in bestede tijd van de leerlingen, meer in de les, minder thuis; dit is een gevolg van de nadruk op het oplossen, de aanpak;
- het lesgeven is vermoeiend vanwege de vele te nemen beslissingen; de planning is strak, er is minder gelegenheid om op incidenten in te gaan.

De met de beide leraren halverwege het project gehouden interviews leverden soortgelijke antwoorden.
De algemene conclusie was dat het programma in grote lijnen werkbaar en uitvoerbaar is, maar dat hier en daar bijstellingen plaats moesten vinden.

De lange termijn-cyclus kreeg gestalte in de observaties. De resultaten hiervan zijn als volgt samen te vatten:

1. In de lessen werd overwegend gebruik gemaakt van leer- en klassegesprek en groepswerk.
2. Er werd ruime aandacht gegeven aan probleemoplossingsactiviteiten met name door bespreking van aanpakken door de leerlingen en door deze naast elkaar te zetten. De huiswerkinstructies sloten hierbij aan.
3. Verbinding leggen met eerder geleerde kennis kwam wel voor, maar niet in de zin dat er een grote lijn (rode draad) in de kennis zichtbaar gemaakt werd.
4. Leerlingen wisselen zeker informatie met elkaar uit; dit ligt dan vooral op het niveau van 'uitkomsten' en 'hoe men het gedaan heeft', zelden op het niveau van 'waarom men een bepaalde wijze van oplossen had'. Tips (heuristieken) worden soms wel uitgewisseld.
5. Alternatieve oplossingen worden door leerlingen naar voren gebracht, maar dan vooral als de leraar daar om vraagt; in het groepswerk kwam het echter ook wel voor.
6. Aanvullende opmerkingen:
- er zijn bij leerlingen soms grote leemten in de voorkennis te constateren;
- te constateren is ook dat een deel van de leerlingen onvoldoende het tempo kan volgen, ondanks de uitgebreide toelichting en uitleg die veelal gegeven wordt;
- de wijze van instructie varieert, mede afhankelijk van de situatie: bij veel onrust in de klas wordt veelal teruggevallen op een frontale aanpak;
- er is het probleem van de correctheid van uitkomsten en operaties wanneer leerlingen hun werk onderling bespreken; hierbij doet zich ook de vraag voor of leerlingen elkaar wel altijd goed instrueren;
- er is verschil op beide scholen in instructiewijze: op de ene school is de instructie globaler, wordt meer aan de leerlingen overgelaten zonder dat daarbij steeds controle is op het leerproces van de leerlingen; op de andere school is de instructie gedetailleerder, wordt het leerproces meer gestructureerd door de leraar en wordt minder aan de leerlingen overgelaten;
- het raadplegen van boeken uit voorgaande leerjaren komt zelden voor;
- er is een verschil in idee over wat 'snappen' is; voor leerlingen is het 'kunnen doen/rekenen', voor de leraar is het 'inzicht hebben';
- er is minder sprake van 'getrouwheid' in de uitvoering van het programma en meer van aanpassing aan de eigen stijl en situatie zonder dat het centrale doel uit het oog wordt verloren.

Op basis van de observaties kon geconcludeerd worden dat het onderwijsleerprogramma op de volgende punten moest worden bijgesteld:

1. Aanwijzingen met betrekking tot probleemoplossingsactiviteiten als verwoorden, evalueren, tips formuleren en benoemen, opgave goed lezen, hanteren begrippenlijsten, e.a. dienen meer expliciet in het programma geformuleerd te worden.

2. Meer opgaven dienen van expliciete huiswerkinstructies vergezeld te gaan, gericht op explicitering van het aanpakgedrag. Ook beoordelingscriteria kunnen explicieter gesteld worden.
3. Het leerboek bevat een aantal opgaven die door inhoud en vormgeving betrekking hebben op 'realistische' situaties. In het programma kan dit type opgaven meer benut worden.
4. De probleemoplossingsfasen bleven nog te impliciet in het programma. Daarom werd besloten deze uit te schrijven in de vorm van een basisheuristiek en aan de leerlingen ter beschikking te stellen middels een poster in de klas (zie bijlage 3.1). Het besluit deze basisheuristiek schriftelijk ter beschikking te stellen, werd genomen vanwege de behoefte die de docenten gevoelden aan een steunpunt in hun onderwijs: zij konden in de onderwijsleergesprekken en in de instructies naar de heuristiek verwijzen. Deze functie werd afgewogen tegen het mogelijke gevaar dat leerlingen deze basisheuristiek als 'extra' leerstof zouden beschouwen en er 'klakkeloos' mee zouden omgaan. Gezien het karakter van de aanwijzingen die wel organisatorisch, maar niet inhoudelijk van aard zijn, lijkt dit gevaar niet erg groot.
5. In het lesprogramma suggesties opnemen om leerlingen al hardopdenkend opgaven voor de klas te laten oplossen. Aldus kunnen zij als 'model-probleemoplossers' dienen voor de andere leerlingen.

De hoofdconclusie luidde dat het ontworpen programma met inachtneming van de gemaakte opmerkingen uitvoerbaar is voor andere leraren.
Een volgende belangrijke conclusie was dat het programma waarschijnlijk aan de bedoelingen zal beantwoorden, d.w.z. de beoogde effecten te weeg zal brengen. Dit kon afgeleid worden uit de resultaten op de eindtoets en het 'learnerreport', deze gaven het vermoeden van een positief effect van het programma.

Aan vrijwel alle ontwerpeisen zoals die waren geformuleerd, kon voldaan worden, uitgezonderd de volgende (nummering komt overeen met de nummering in hoofdstuk 2):

4. aanbieding van de leerstof is zodanig dat steeds de grote lijn zichtbaar gemaakt kan worden (verbinding eerder geleerde met latere leerstof).

Dit is een lastig te realiseren eis, gegeven de diversiteit van onderwerpen die in de vier hier behandelde hoofdstukken aan bod komen. Leraren vinden dit wel belangrijk, maar de leergang zelf is hiertoe niet bevorderlijk. Juist 'probleemoplossen' zou hier als verbindende activiteit kunnen fungeren.

5. Leerstof ook verbinden met reeks van toepassingsmogelijkheden.

De mogelijkheid hiertoe wordt sterk bepaald door de inhoud van het leerboek; uit de observaties blijken de geringe mogelijkheden hiertoe.

Gegeven de zelf gestelde randvoorwaarde van aanvaarding van het leerboek moet deze eis vervallen.

8. Inhoud van de problemen betrekken uit diverse levensgebieden.

Gegeven het leerboek kan aan deze eis nauwelijks tegemoet worden gekomen, zoals blijkt uit de observaties en de voortgangsbesprekingen. Deze eis derhalve laten vallen.

10. De bedoeling van de opgave moet duidelijk worden aangegeven (gaat het om kennen, begrijpen, toepassen, oplossen, etc.).

Deze eis werd niet gerealiseerd.

12. Variatie aanbrengen in het soort vragen dat door de leraren gesteld wordt (kennisvragen, etc) en leerlingen leren onderscheid te maken in de diverse soorten vragen.

Op zich een zinvolle eis; uit de observaties, de voortgangsbesprekingen en het leerlingverslag blijkt bewuste en expliciete hantering van typen vragen nauwelijks voor te komen. Gegeven de overige eisen is het niet werkbaar hiervoor aparte docenteninstructies te ontwerpen en te implementeren. Deze eis laten we pro memorie staan.

Met betrekking tot de eerder vermelde 5 factoren (zie par. 3.2) die van belang zouden zijn bij de invoering, kan het volgende aangetekend worden.
De gedetailleerdheid van het programma werd als een zinvolle ondersteuning ervaren, er werd een duidelijk zicht verkregen op de bedoelingen van het programma en de uitvoering ervan. Soms werd het ook als een keurslijf ervaren, maar uit de gegevens blijkt dat beide leraren het programma aan hun eigen stijl van lesgeven konden aanpassen.
De aansluiting van het programma op de opvattingen van de docenten was in orde, d.w.z. beiden stonden achter de idee van het programma getuige hun bijdrage aan het ontwikkelwerk in de vorm van commentaar en de uitvoering van het programma.
Het idee van het programma bleek door de wijze van ontwikkelen (voorleggen concept-delen en bespreken leservaringen) goed bespreekbaar en overdraagbaar.
Ten aanzien van de praktische uitvoerbaarheid werd hierboven geconcludeerd dat hieraan kon worden voldaan.
Door beide docenten werd vastgesteld dat leerlingen problemen meer durven aanpakken en meer plezier in wiskunde hebben. Hier stond de door hen te leveren inspanning tegenover.

Op grond van de in het voorgaande beschreven bevindingen en overwegingen werden de ontwerpeisen bijgesteld en opgenomen in een besprekingsnotitie. Deze besprekingsnotitie was bedoeld voor de leraren die aan het programma zouden meewerken in de beproevingsfase. Het idee achter het project (de rationale) en het daarop gebaseerde onder-

wijsleerprogramma werd in een voorbereidende bijeenkomst uiteengezet, toegelicht en bediscussieerd.
In hoofdstuk 4 wordt aan de hand van tekstfragmenten en leerlingopgaven geïllustreerd welk resultaat van het ontwerpproces vanuit de rationale en ontwerpeisen werd verkregen.

Het ontstane onderwijsleerprogramma is op te vatten als een voorschrijvend onderwijsmodel. Het is op hoofdlijnen te verantwoorden, zoals kan blijken uit de in hoofdstuk 4 opgenomen tekstfragmenten en de verwijzingen daarin naar de ontwerpeisen.
Het programma is echter niet tot in detail te verantwoorden: niet elke uitspraak, elke volgorde van aangegeven activiteiten en keuze van opgaven is te voorzien van keuze-overwegingen en beslissingscriteria. Het proces van programma-ontwikkeling, waarbij diverse personen waren betrokken, met een dominante inbreng van de vakdidacticus, is zo complex dat het buitengewoon veel inzet en inspanning zou vergen dit proces tot in detail te volgen en te verantwoorden. Ook een reconstructie achteraf op zo'n gedetailleerd niveau is binnen de beschikbare hulpbronnen niet goed mogelijk. Er is een analogie te trekken met het oplossen van een complexe (wiskundige) opgave waarbij allerlei automatismen (ook monitoring, bijv.) het oplosproces voor een deel verborgen houdt. Met hardopdenken kan hieraan voor een deel tegemoet worden gekomen, maar voor het ontwerpen van een 4 maanden bestrijkend onderwijsleerprogramma lijkt dit minder geschikt.
De conclusie is derhalve dat in hoofdlijnen het programma te verantwoorden is, dat een aantal kenmerken aan te geven zijn waaraan het programma zou moeten voldoen, maar dat een gedetailleerde verantwoording te ver zou voeren.
De laatste opmerking wordt ondersteund door het gegeven dat er altijd ruimte zit tussen de tekst van een programma en de uitvoering ervan. In de literatuur wordt dit verschijnsel aangegeven met de tegenstelling "getrouwe implementatie versus adaptieve implementatie" (Fullan & Pomfret, 1977). De wijze waarop het onderwijs uiteindelijk wordt gegeven, wordt naast het programma bepaald door factoren als de routines die docenten hebben ontwikkeld, hun leerproces met betrekking tot het gebruik van het programma, situationele factoren, de beschikbaarheid van hulpbronnen, e.d. In paragraaf 6.10 en 6.11 wordt op de uitvoering van het onderwijs en de mate van implementatie aan de hand van empirische gegevens ingegaan.

4. HET ONDERWIJSLEERPROGRAMMA: FRAGMENTEN EN VOORBEELDEN VAN TEKSTEN VOOR DOCENTEN EN VAN LEERLINGMATERIAAL

In dit hoofdstuk wordt een aantal fragmenten weergegeven van het onderwijsleerprogramma als uitwerkingen van de rationale en ontwerpeisen van het programma. Uit elk van de vier delen c.q. hoofdstukken wordt een dergelijke uitwerking gelicht, waarbij telkens een accent op één van de probleemoplossingsfasen wordt gelegd. Hierbij worden de opgaven uit het boek waar de tekst betrekking op heeft eveneens vermeld. Het gaat hier om een beperkte keuze van fragmenten uit het programma.
Van elk tekstfragment wordt de verbinding met de ontwerpeisen aangegeven. Hiertoe is op de eerste plaats het nummer van de desbetreffende ontwerpeis in de tekst vet gedrukt vermeld (zie voor een overzicht van nummering en eisen bijlage 4.1). Voorts wordt telkens een korte toelichting gegeven.
De bedoeling van dit hoofdstuk is om zonder het gehele onderwijsprogramma op te nemen, er toch een indruk van te geven en tevens de relatie met de achterliggende ideeën te laten zien.

4.1. Deel 1

De grote lijn in het eerste hoofdstuk 'Evenredigheden' is: verhoudingen, verhoudingstabellen met eigenschappen en gelijkvormigheid. Als doelen voor dit deel werd het volgende geformuleerd:

"Het is de bedoeling dat leerlingen door het programma voor dit hoofdstuk:
1. *globaal inzicht hebben verkregen in probleemoplossen*
2. *durven te praten over hun aanpak van een opdracht*
3. *een begin maken met het hardop denken*
4. *zien dat variaties in aanpak mogelijk zijn en tot een goede oplossing kunnen leiden*
5. *een opdracht op meer manieren aanpakken*
6. *naast het rekenwerk ook iets over hun aanpak en uitwerking in het schrift zetten*
7. *hun eigen ideeën positief waarderen*
8. *werk van groepsleden waarderen en samen ieders werk bekijken en bespreken."*

In dit deel wordt het accent gelegd op het verwoorden van de aanpak van opgaven; in les 3 werd dit bijvoorbeeld als volgt in het programma beschreven met betrekking tot drie opgaven (opgaven 3, 4 en 11, zie pagina 44):

opgaven 3, 4 en 11, hoofdstuk 1

3 Kleine Mark gaat wandelen met zijn vader. Als vader drie stappen zet, doet Mark er vijf.

a Hoeveel stappen heeft Mark gemaakt als zijn vader er al 600 heeft gezet?

b En als vader er 1000 heeft gezet?

c En als vader er x heeft gezet?

4a Voor haar verjaardag vraagt Nancy een vergroting van deze foto met haar hond Flons.
Ze mag kiezen uit de formaten 20 bij 25, 24 bij 30 en 30 bij 40.
Nancy wil niet dat er een stuk van de foto verloren gaat bij het vergroten.
Welk formaat moet zij kiezen?

b Hoogte en breedte van Nancy's foto verhouden zich als 3 : 4.
Leg uit wat dat betekent.

c Een ander formaat is 40 bij 50.
Hoeveel moet je van de hoogte afsnijden zodat de foto er bij vergroten precies op past?

11 Welke viertallen vormen een evenredigheid?
Waaraan zie je dat?

7	14
9	18

6	8
9	12

21	27
7	9

21	9
7	27

"De leerlingen maken de opdrachten 3, 4 en 11 in groepjes **(1)**. *De leerkracht loopt rond en steunt het samenwerken. Dit kan, door de leerlingen die alleen werken en vragen stellen, naar de groepsgenoten te verwijzen, of door zo nu en dan te vragen wat de andere leerlingen voor aanpak hebben. Leren samenwerken is een langdurige kwestie, de docent helpt als hij consequent de groep aanspreekt en de groep feedback geeft over de samenwerking.*

Opdracht 3 lijkt sterk op opdrachten die tegenwoordig in een aantal realistische basisschoolmethoden staan. Een probleem kan zitten in de invoering van de 'x'. Leerlingen die het variabele-begrip nog niet goed begrijpen, kunnen hier vastlopen **(3)**. *De variabele is in deze opdracht een 'samenvatter'.*
Leerlingen zullen niet snel een tabel hanteren, de docent kan de tabel introduceren als een handige notatie; alles staat in de tabel en we hoeven niet zoveel meer op te schrijven **(19)**.

Opdracht 4 vraagt nogal wat activiteit van de leerlingen. Ze moeten de vraag goed begrijpen. Daarnaast moeten ze de gegevens kunnen vinden; er staan in de aanhef belangrijke gegevens (de drie te verkrijgen foto-formaten, het fotootje naast de opdracht waarvan de maten op te meten zijn en het feit dat niets verloren mag gaan) naast onbelangrijke gegevens.
De representatievorming is bij deze vraagstukken belangrijk. Na enige tijd dienen leerlingen hierbij te denken aan 'wat zijn de kerngegevens?', 'wat zijn de andere gegevens?', 'wat roepen deze gegevens bij me op?', 'wat wordt gevraagd?'. Nu zal de docent deze vraag moeten stellen **(18)**.
Hebben ze de opdracht eenmaal begrepen, dan valt er nog heel wat te rekenen. Ook hier kan een tabel al enige duidelijkheid scheppen bij de akties van leerlingen.

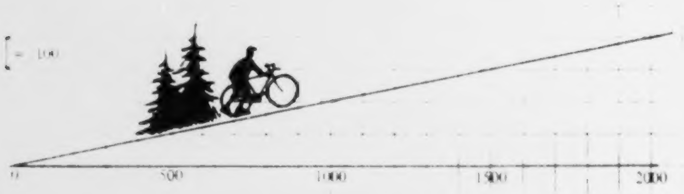
Opdracht 11 is pas te maken als de tekst boven 11 gelezen en begrepen is. De leerlingen zullen daarop attent gemaakt moeten worden **(3)**. *Is het evenredigheidsschema begrepen, dan is deze opdracht door de leerlingen tot rekenwerk terug te brengen."*

Commentaar: zoals te constateren is, is er een diversiteit aan ontwerpeisen verwoord, zoals 1. didactische werkvormen en 3. goed begrip van de notatie, e.d. Ook heuristische regels (18, 19) worden hier al geïntroduceerd.

In les 6 werd naar aanleiding van een omvangrijke opgave de basisheuristiek geïntroduceerd. Het ging om opgave 18 (zie pagina 46). De volgende tekst in het programma hoorde hierbij:

opgave 18, hoofdstuk 1

18 In de Ardennen kun je steile hellingen tegenkomen
De fietser in de tekening is er bij gaan lopen
In de tabel er onder kun je aflezen dat hij 200 meter moet stijgen als hij zich 1000 meter naar rechts beweegt



hoogte				200	300	30	1		
afstand (horizontaal)	100	500	200	1000				10	1

a De getallen in de tabel staan *niet* van klein naar groot! Bereken de ontbrekende getallen

b Twee kolommen zijn omcirkeld
Vertel met woorden wat elke kolom betekent

c Schrijf de volgende beweringen over en vul het juiste getal in

afstand = *hoogte*
hoogte = × *afstand*

d Schrijf deze beweringen ook in 'formuletaal'
Neem de letter *a* voor afstand en *h* voor hoogte

e Aan het begin van de helling staat het bord dat hiernaast is getekend. Wat heeft dit bord met de tabel te maken?

f Meestal staat er op zo'n bord een percentage
Wat moet er dan op dit bord staan?

"Opdracht 18 is een complexe opdracht waarbij tekst, grafiek, tabel en tekening de informatie bevatten **(6)**. *De leerlingen moeten verschillende begrippen, zoals helling, stijgen, grafiek, met elkaar in verband brengen. Aangezien dit een opdracht is uit het hoofdstuk evenredigheden, moeten de leerlingen vrijwel automatisch nagaan of evenredigheid in deze opdracht een centraal begrip is.*

Enkele van de moeilijkheden bij opdracht 18:
- *honderd meter naar rechts bewegen, is dat over de weg of langs de horizon?*
- *200 meter stijgen, is dat verticaal of langs de weg?*
- *afstand 1 geeft een breuk bij hoogte*
- *wat is het verband tussen de tekening, de tabel en de vraag?*
- *percentage is een onbegrepen onderwerp, dan opeens zo'n vraag*
- *wat moet je doen bij 18c, wat stellen die stippeltjes voor, moet daar een getal komen of een woord.*

Bij het werken aan de opdracht gebruiken de leerlingen de volgende tekst: **(16,17,18,19,20,21)**

LEZEN EN BEGRIJPEN
- *Lees eerst de gehele tekst van de opgave goed door.*
  Wacht even op elkaar tot iedereen uit het groepje alles gelezen heeft.
- *Zorg dat je begrijpt wat er staat.*
  Wat is er allemaal gegeven?
  Wat wordt er gevraagd?
  Als je iets niet begrijpt, praat er dan eerst met elkaar over.
- *Kom je er dan nog niet uit, vraag het dan aan de leraar. Zorg dat je dan duidelijk weet wat je van mij wilt weten. In je groepje moet je jullie vraag dus al geformuleerd hebben.*
  Met 'we begrijpen het niet' kan ik niet verder en jullie ook niet.
  Dit is belangrijk, want een manier om beter opdrachten te leren oplossen, is te zorgen dat je heel precies kunt zeggen wat je niet weet of niet kan.

EEN PLAN
- *Nu jullie weten wat precies gevraagd wordt, beginnen jullie met ideeën te verzinnen over de aanpak. Noem meer dan één manier om de opgave aan te pakken.*
- *Besluit als groepje welk idee je gaat uitvoeren.*
  Zorg dat iedereen weet wat het idee is en hoe het gaat.

UITVOEREN EN KONTROLEREN
- *Maak nu ieder zelf de opdracht. Schrijf zoveel mogelijk stappen en berekeningen op.*

- *Vergelijk de manier van aanpakken, de berekeningen en de uitkomst met elkaar.*
- *Schrijf vervolgens de manier van aanpakken, de berekeningen en uitkomsten op.*
- *Houd op een apart blaadje de ideeën en opmerkingen bij die je helpen om verder te komen.*

Achtergrond:
Een tekst moet tenminste begrepen zijn om mee aan de slag te gaan. De eerste opdrachten komen daarom overeen met vaardigheden uit de encodeerfase. Dan volgt het vormen van een idee (representatie).
Het is niet de bedoeling het model zeer strak te volgen, als wel de leerlingen een model aan te bieden dat ze eventueel in een aantal situaties kunnen navolgen.

Wordt de docent door een groepje te hulp geroepen, dan gaat het naast het oplossen van de hulpvraag om nog twee zaken: ten eerste zal de docent kunnen ingaan op de ideeën die leerlingen hebben om de opdracht aan te pakken; ten tweede gaat het om een positieve waardering van die ideeën en om feedback op de bruikbaarheid van de ideeën.

Achtergrond:
Leerlingen worden in staat gesteld om aktief in het oplosproces te participeren. Ze kunnen ook leren of ervaren dat veelal diverse aanpakken voor dezelfde opdrachten mogelijk zijn. Meer manieren kunnen toepassen, geeft ook betere kontrole-mogelijkheden.

(...)

(vervolg leerlingtekst):
Maak nu opdracht 18 af. Zorg ervoor dat je precies in je schrift hebt staan hoe je de opdracht hebt aangepakt. De volgende les zal ik enkele mensen vragen om op te lezen wat er in het schrift staat en dan is het de bedoeling dat wij precies weten wat je gedaan hebt."

Commentaar: Aan de hand van deze opgave 18 werd het algemene aanpakschema voor wiskunde-opgaven bij de leerlingen ingeleid (ontwerpeisen 16-21). Het belang hiervan is dat een totaaloverzicht wordt gegeven waarin de eigen aanpakregels (tips en hints) een plekje kunnen krijgen. De docent kan steeds naar dit algemene schema verwijzen. De poster met de basisheuristiek (zie bijlage 3.1) kan hierbij een steunpunt zijn.

Tenslotte wordt van dit hoofdstuk nog een voorbeeld gegeven van het belang van een goede voorstelling, waarbij heuristische regels behulpzaam kunnen zijn (opgave 36):

opgave 36, hoofdstuk 1

36 In gewone omstandigheden is het hoger in de lucht kouder dan op de grond. Steeds als je 100 m stijgt daalt de temperatuur gemiddeld met 0,6 °C.

a Je zit in een vliegtuig, dat op 10.000 meter hoogte vliegt. Beneden je op de aarde is het 20 °C. Welke temperatuur heerst er buiten bij het vliegtuig?

b Boven de boomgrens kunnen geen bomen meer groeien.
De boomgrens bevindt zich op een hoogte waar het zomers nog gemiddeld 10 °C wordt.
In Noord-Zweden is het zomers gemiddeld 18 °C op zeeniveau. Hoe hoog ligt daar de boomgrens?

"Bij opdracht 36 zullen de leerlingen zich weer een goede voorstelling van zaken moeten maken, hierbij kunnen (mentale) plaatjes helpen. Ook hier zal de leerling zich weer moeten realiseren dat een evenredigheidsschema helpend is; 'maak een denkschets', 'neem een eenvoudiger voorbeeld' en 'geef gelijke elementen uit het probleem met gelijke letters weer (h voor hoogte, t voor temperatuur)' zijn belangrijke heuristieken (19).

De docent kan de vraag dichterbij brengen en verbinden met alledaagse kennis door te vragen naar het temperatuurverschil tussen de laagste en de hoogste etage van de school, of het temperatuurverschil tussen de grond en het hoogste punt in de stad (8). *De funktie van het benutten van alledaagse kennis is onder andere evaluatief: is de berekende uitkomst plausibel?"*

Achtergrond:
Bij de vertaalfase is het nodig dat de leerlingen belangrijke termen, regels en begrippen kennen. De vaardigheid om deze op te zoeken en in eigen woorden te kunnen beschrijven, zullen de leerlingen moeten leren.

"Nadat een groepje leerlingen uit een probleem is gekomen, vraagt de leraar na welke ideeën hen geholpen hebben. Dit levert ideeën, tips en heuristieken op die vaker bruikbaar zijn; deze worden gedurende dit hoofdstuk door de leraar verzameld en/of door de individuele leerlingen (bijvoorbeeld in een lijstje achterin het schrift) **(16)**.
De docent kan per klas een flap met tips maken en deze tijdens de lessen voor in de klas ophangen. Zo nu en dan kan het lijstje met tips geordend worden, gezuiverd worden van niet-helpende tips en aangevuld worden met nieuwe tips. De leerkracht kan bij een nieuw probleem terugverwijzen naar dit lijstje met helpende ideeën. Hiermee leert de leerling niet direkt allerlei heuristieken na te doen, maar kan hij/zij uitvinden welke heuristieken hem/haar helpen. Deze heuristieken zullen zeker in het begin op bijzondere situaties slaan, pas na lange tijd zullen de leerlingen heuristieken kunnen veralgemeniseren.
De ervaring leert dat leerlingen in eerste instantie niet zoveel met tips doen. Ze schrijven trouw de tips in hun schrift, maar bij een volgende opdracht lijken deze weer vergeten. De leraar kan via regelmatige gesprekken met de groepjes en via regelmatige feedback op de neerslag van het oplossingsproces in de schriften van de leerlingen het effektief gebruik van tips stimuleren." **(16)**

Commentaar: Zoals te constateren is, worden in de docenttekst wel accenten aangelegd, zoals hier op heuristische regels, in verband met de vorming van een beeld van de opgave, maar er komen ook andere aspecten van het onderricht aan de orde. In de interactie in de klas komen de diverse aspecten van het probleemoplossen steeds in wisselwerking aan de orde.

4.2. Deel 2

Dit hoofdstuk, getiteld 'Meetkunde', behandelt meetkundige onderwerpen, te weten kubus, hoogtelijnen, oppervlakte, hoeken.
De docent kon het accent leggen op analyse van opgaven/vormen van een representatie. Deze mogelijkheid kwam tot uiting in o.a. de volgende tekst:

"In hoofdstuk 2 komt een aantal oude termen voor die leerlingen in deel 1 en 2 kunnen opzoeken. Daarom is het goed een aantal delen voorin de klas te hebben liggen.
Tijdens een aantal lessen wordt aan de volgende opdracht gewerkt:
- *Bij sommige opdrachten komen begrippen voor waarvan je weet dat je ze eerder geleerd hebt, maar die je niet meer precies kent. Deze begrippen kun je soms terugzoeken in deel 1 of in deel 2.* **(3,17)**
  Probeer die begrippen dan in jouw woorden te omschrijven of maak er een tekening bij, geef een voorbeeld van het begrip, zeg waar je het bij kunt gebruiken, noem een opdracht waar het in voorkomt, laat zien hoe je het kunt gebruiken.

In het begin, noemt de leerkracht zelf een aantal termen die belangrijk zijn en die de leerlingen kunnen terugzoeken of waar de leerlingen samen wel uit kunnen komen."

Als doelen voor dit hoofdstuk werden naast de voor hoofdstuk 1 genoemde, geformuleerd:
- eerder geleerde termen weer snel kunnen gebruiken;
- gebruik maken van overzichten met tips en heuristieken.

Voor het kunnen representeren van een opgave is het van belang dat de leerling er greep op krijgt. Vaak is daarbij kennis nodig die al (veel eerder) werd geleerd. Het is daarom van belang de leerling op die vroegere kennis te wijzen. Dit wordt verwoord in het volgende tekstfragment:

"De leerkracht geeft een overzicht over dit hoofdstuk door terug te verwijzen naar oude kennis en door aan te geven welke uitbreiding van kennis van dit hoofdstuk te verwachten is **(4)***:*

> *'Dit hoofdstuk gaat over meetkunde, over driehoeken en kubussen. Allerlei eigenschappen van driehoeken gaan we in dit hoofdstuk opnieuw bekijken. Opnieuw, want je hebt het een en ander vorig jaar al gezien. Die eigenschappen van de driehoek zullen we ontdekken door veel te tekenen en uit te proberen.'"*

Daarnaast vertelt de leerkracht over de aandacht voor oude kennis die in dit hoofdstuk centraal staat bij het probleemaanpakken en over de lijstjes met helpende tips die dit hoofdstuk bijgehouden worden:

"Een aantal van de begrippen die je in dit hoofdstuk gaat gebruiken, hebben we vorig jaar ook al gebruikt. We weten allemaal dat we vaak dingen vergeten, dus het is helemaal niet zo raar dat je enkele woorden uit de wiskunde vergeten bent.
Het is belangrijk om een manier te leren om vergeten kennis snel weer op te halen. Dit hoofdstuk gaan we daar aan werken. Vergeten begrippen gaan we steeds weer terugzoeken in de boeken van vorig jaar **(17)**.
We gaan ook helpende ideeën verzamelen en we zullen als je in een opdracht vastloopt weer naar die helpende ideeën kijken." **(16)**

> *Achtergrond:*
> *De leerlingen krijgen een kapstok aangereikt om de nieuwe kennis op een overzichtelijke manier te plaatsen.*
> *Dit is een uitwerking van de ontwerpeis om de leerstof zodanig aan te bieden dat steeds de grote lijn zichtbaar kan worden gemaakt.*

Commentaar: In voorgaande tekstfragmenten komt sterk naar voren het belang van het terughalen van 'oude' kennis. Beschikbaarheid van leerboeken uit voorgaande jaren of naslagwerken zou hierbij ondersteunend kunnen zijn.

In les drie werd het begrip 'hoogte' behandeld. Vanwege de moeilijkheden die de leerlingen met de tekst uit het boek ondervonden, was door een school zelf een stencil vervaardigd. In het onderwijsleerprogramma is hiervan gebruik gemaakt. Het stencil leende zich goed voor nadruk op de fase van representatievorming.

"Lesindeling:
A. De leerlingen werken aan de eerste drie bladzijden van het stencil 'Groeten uit' (pagina 54 e.v.)
B. Bespreking van de aanpakideeën
C. Huiswerk: afmaken van de eerste drie bladen van 'Groeten uit'.

A. De leerlingen werken in groepjes aan de werkbladen 'Groeten uit' van het Schothorst College. De leerkracht helpt de leerlingen met het verwoorden van aanpak en probeert heuristieken die leerlingen gebruiken expliciet te laten verwoorden.

> *Achtergrond:*
> *Leerlingen hebben nog weinig ervaring met het verwoorden van hun aanpak. Deze verwoording is nodig, willen ze hun moeilijk-*

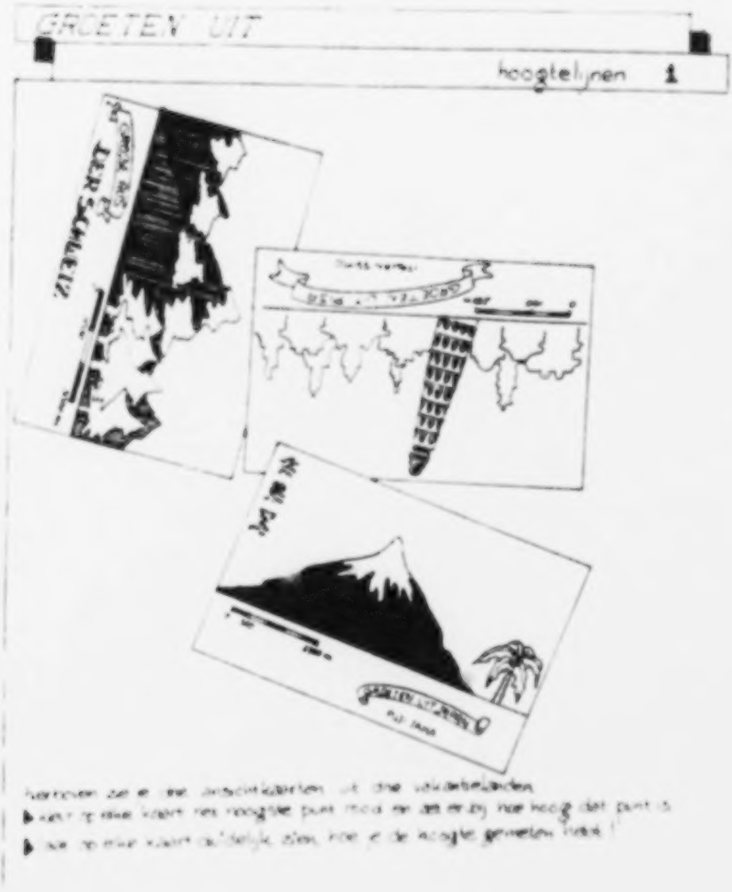
heden bespreekbaar kunnen maken. Ook krijgen ze hiermee zicht op hun eigen probleemaanpak **(18)**. *Het verwoorden van helpende ideeën en stappen is voor de leerlingen geen basisvaardigheid.*

Op bladzijde 54 lokt de toren van Pisa uit dat leerlingen het begrip hoogte moeten concretiseren. Leerlingen die de hoogte van de toren bepalen door een meetlat op de as van de toren te leggen, kunnen geholpen worden door te vragen hoe een touwtje zal lopen dat ze vanaf de top naar de grond neerlaten (in principe het idee van de loodlijn uit bijvoorbeeld de bouw). In de klas kan het begrip hoogte ook getoond worden door een stok van 1 meter schuin op de grond te zetten en daarop een lat evenwijdig aan de horizon te leggen. De vraag: 'Hoe lang zijn de mensen die nog onder deze lat door kunnen' lokt hierbij het begrip hoogte uit.

In werkelijkheid **(8)** *is het probleem van hoogte nijpend voor zeilers die een brug onderdoor moeten, schuin liggen scheelt soms net die 5 cm die je mist en je hoeft 'gelukkig' de mast niet te laten zakken. Maar ook voor chauffeurs van kraanwagens met een in hoogte draaibare kraan: wanneer kun je met de wagen nog onder de brug door. Natuurlijk de brandweerwagen: hoewel de ladder 25 meter is, kunnen ze geen mensen redden die 25 meter boven de grond (dus op de 9e etage?) vastzitten. De glazenwassers kennen het ladderprobleem ook.*

Bladzijde 55 is voor leerlingen redelijk te doen, doordat het losse vel goed draaibaar is. Ze realiseren zich vaak niet dat ze het draaien. Dat is iets dat de leerlingen met een boek veel minder snel doen. Hier moeten de leerlingen goed in de gaten hebben dat het drie keer om dezelfde driehoek gaat en dat iedere driehoek dus drie hoogten heeft. Een aantal leerlingen zal de drie ansichten niet met elkaar verbinden en is geneigd om een driehoek maar één hoogte te geven. De leerkracht zal links en rechts de uitwerking van de laatste vraag moeten controleren. Bij bladzijde 56 komt dit weer terug. Hier moeten leerlingen begrijpen dat een hoogte een hoek van 90° met de basis maakt. Sommige leerlingen hebben dat nog niet in de gaten.

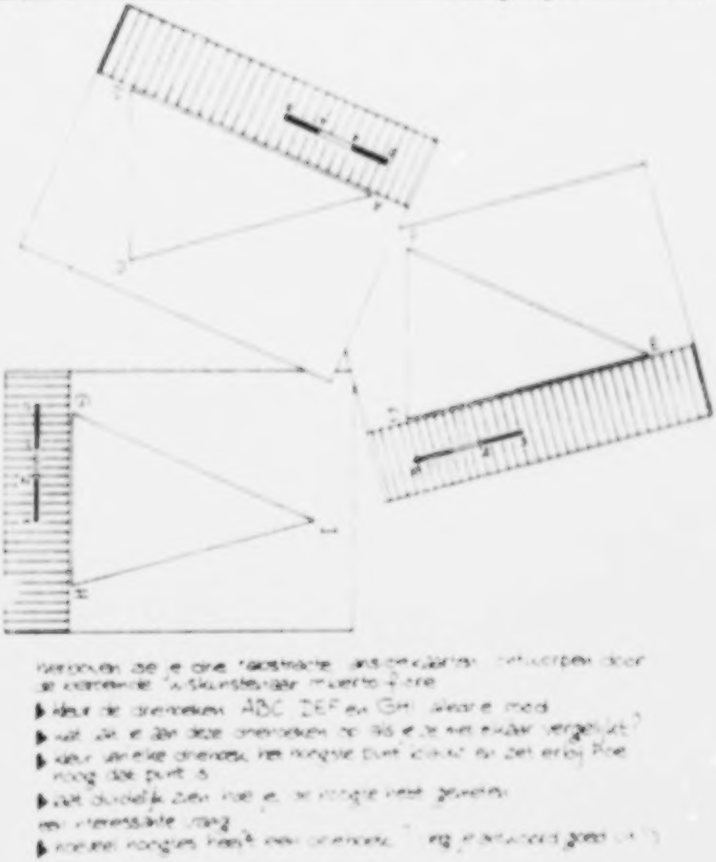
Stencil "Groeten Uit..."



BEST COPY AVAILABLE

[illegible] UIT

hoogtelijnen 2



[illegible]

▶ [illegible] ABC, DEF en GHI [illegible]

▶ [illegible]

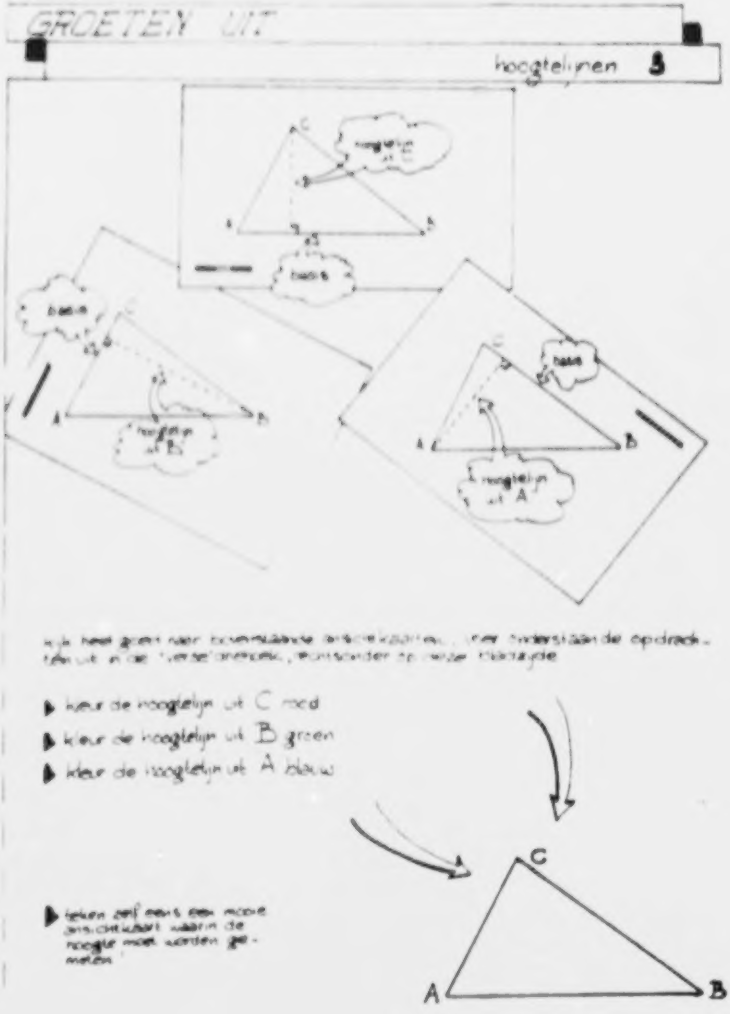
▶ [illegible]

▶ [illegible]

een interessante vraag

▶ [illegible]

BEST COPY AVAILABLE


GROETEN UIT
hoogtelijnen
kleur de hoogtelijn uit C rood
kleur de hoogtelijn uit B groen
kleur de hoogtelijn uit A blauw
C
A
B

B. In een klassegesprek komen die heuristieken aan bod die de leerlingen zich bewust zijn geworden. De rol van de leerkracht is hierbij erg groot: hij zal inventariseren, leerlingen herinneren aan gebruikte ideeën, stimuleren, doorvragen als de leerling vaag blijft, maar niet te precies zijn en veel opmerkingen van leerlingen nemen zoals ze komen. Zeker in het begin lijkt het onhandig te drammerig te zijn. De leerkracht zal voor het gesprek de groepjes moeten observeren, zodat hij in het klassegesprek met enkele handige ideeën en aanpakken kan komen die ergens in de klas gebruikt zijn.
Heuristieken zijn onder andere: teken de driehoek eens over in je schrift, maak een precieze tekening, draai de tekening, bekijk zo'n tekening van alle kanten, teken die hoogtelijn met een kleurtje.

> *Achtergrond:*
> *De heuristieken blijven nog situatie- en persoonsgebonden heuristieken. In het gesprek kunnen leerlingen wel op ideeën gebracht worden en leren zelf te verwoorden wat geholpen heeft.*

C. Huiswerk is het maken van bladzijden 1, 2 en 3 van het stencil 'Groeten uit'. De aantekeningen in het schrift moeten zo gesteld zijn dat iedere klasgenoot precies begrijpt wat je gedaan hebt." **(13)**

4.3. Deel 3

In het derde hoofdstuk gaat het om getallen. Er wordt, zoals het boek vermeld, veel gerekend. Worteltrekken is een aanleiding om de 'irrationele getallen' te introduceren. Ook het gebruik van de rekenmachine wordt geoefend. Verder zijn aan de orde rekenen met breuken en machten.

In dit deel van het onderwijsprogramma was het accent gelegd op het verwoorden en begrijpen van aanpakinstructies. De introductietekst luidde aldus:

"In dit hoofdstuk wordt de nadruk gelegd op het verwoorden van hints door leerlingen. Het lukt leerlingen niet om elkaar hints mee te geven waarmee een opdracht beter te maken valt. Een probleem daarbij is dat leerlingen eerder een uitwerking dan een aanwijzing lijken te geven. Daarnaast lijken leerlingen niet te luisteren naar elkaar en zullen veel opmerkingen die in een groepje gemaakt worden, losstaan van de problemen die een leerling met een opdracht heeft. Goed luisteren is iets dat geoefend zal moeten worden. De leerkracht zal hierop zo nu en dan feedback moeten geven.
Het geven van een hint zal regelmatig geoefend worden. De leraar zal veel voorbeelden geven.
Ook de ontvangende leerlingen lijken moeite te hebben met luisteren en benutten van ontvangen informatie; de tips die ze horen komen wel in het schrift, maar worden te weinig aktief gebruikt. Dit is weer zo'n punt waar de docent alert op kan zijn.""

Les 3 begint als volgt:

"Lesindeling:
A. De leerkracht legt de leerlingen uit wat de notaties 2^3, $(-2)^3$ en -2^3 betekenen.
B. Bespreking van het huiswerk.
C. De leerlingen maken de opdrachten 16, 17, 22 en 23a,b,c.
D. De opdrachten en de ideeën achter de aanpak worden besproken.
E. Huiswerk.

A. De leerkracht legt de leerlingen uit wat de notaties 2^3, $(-2)^3$ en -2^3 betekenen en laat de leerlingen hiermee oefenen **(3)**.

Achtergrond:
Voor de encoderingsfase is het van belang dat de leerling de gebruikte notaties kent en begrijpt.
De notatie van machten is een bekend struikelblok dat bij de leerlingen tot soms onoverkomelijke problemen leidt. Notaties

opgaven 16 en 23, hoofdstuk 3

..... Weet je nog?
In plaats van $4 \times 4 \times 4$ kun je schrijven 4^3
We noemden 4^3 een *macht*
Als je 4^3 uitrekent vind je $4^3 = 64$
Bij 4^3 heet het getal 4 het *grondtal* en 3 de *exponent*

16 Reken uit

a $2^{[illegible]} =$ **e** $(-2)^5 =$

b $1^{[illegible]} =$ **f** $-2^{[illegible]} =$

c $5^4 =$ **g** $(-5)^3 =$

d $7^{[illegible]} =$ **h** $5^{[illegible]} =$

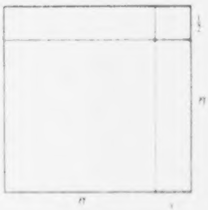
23 $1\frac{1}{2}^2 = 1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$

a Vul in
$1\frac{1}{2}^2 =$ $3\frac{1}{2}^2 =$ $5\frac{1}{2}^2 =$

$2\frac{1}{2}^2 =$ $4\frac{1}{2}^2 =$ $6\frac{1}{2}^2 =$

Zit er in de antwoorden een regelmaat? Welke?
Reken nu ook uit
$7\frac{1}{2}^2 =$ $8\frac{1}{2}^2 =$ $9\frac{1}{2}^2 =$

b Van het vierkant hiernaast is de zijde gelijk aan $n + \frac{1}{2}$
Neem eens $n = 6$ en schrijf van elk van de vier stukken de oppervlakte op
Controleer of het samen gelijk is aan $6\frac{1}{2}^2$



c Voor $6\frac{1}{2}^2$ zie je vaak het foute antwoord $36\frac{1}{4}$. Wat is er dan fout gedaan?

d Uit het vierkant hierboven laat je het vierkantje van $\frac{1}{2}$ bij $\frac{1}{2}$ weg
Van de andere stukken maak je een rechthoek
Hoe breed is die?
En hoe lang?
Leg nu uit: $(n + \frac{1}{2})^2 = n(n + 1) + \frac{1}{4}$
Neem voor n bijvoorbeeld 4, 5, 9 en 99. Klopt het?
En klopt het met opdracht 23a?

BEST COPY AVAILABLE

De les gaat verder met het volgende onderdeel:

"De leerlingen maken de opdrachten in een groepje (1).

Bij deze opdracht moeten de leerlingen het verschil tussen $(-2)^3$ *en* -2^3 *zien en begrijpen. Dit laatste is echter niet uit de tekst in het boek te halen. Hier kan terugverwezen worden naar de uitleg aan het begin van de les. De leerlingen kunnen hier door de docent gewezen worden op het belang van het begrijpen en kennen van een notatie, voordat aan een opdracht of een probleem begonnen wordt* (17).

Bij opdracht 16 (zie pagina 59) is het notatieleren belangrijk.

Bij opdracht 17 kan als tussenstap tussen de concrete opdrachten uit onderdeel a en de regels uit onderdeel b aan de leerlingen gevraagd worden voorspellingen te doen over het teken van $(-2)^{10}$*; deze is op een rekenmachine nog goed uit te rekenen, daarmee kan de voorspelling gecontroleerd worden.*

Het doen van controleerbare voorspellingen is een heuristiek die een aantal leerlingen zal helpen (19).

Bij opdracht 23 (zie pagina 59) kan een tekening de leerlingen tot steun zijn; de heuristiek 'maak een ondersteunende tekening' zal dan ook op een aantal lijstjes terugkomen (19).

D. Bij de bespreking zorgt de leraar ervoor dat helpende heuristieken verwoord worden. Daarnaast laat hij de leerlingen uitvoerig praten over de aanpak en laat hij de leerlingen aan elkaar verhelderingen vragen over onduidelijkheden in het verhaal over de aanpak. Bij dit laatste probeert de leraar zoveel mogelijk een ondersteunende rol in te nemen."

Commentaar: Met bovenstaande tekstfragmenten wordt de docent ondersteund in zijn streven heuristische regels aan zijn leerlingen over te brengen dan wel hen zich van hun heuristieken bewust te maken.

De volgende les, les 4, introduceert wortels met behulp van vierkanten. Wortels worden met lijnstukken verbonden, althans dat is de bedoeling. Ook is het een aanloop naar een ander soort getallen. In het programma kwam de volgende introductietekst voor:

"De leerkracht houdt een inleiding (1) *naar aanleiding van de vraag hoe groot een zijde is van een vierkant met oppervlakte 30. Hij laat leerlingen de zijde schatten door een vergelijking te trekken met vierkanten met oppervlakte 9, 16, 25, 36, 49* (19)*. Deze vierkanten komen in de juiste volgorde naast elkaar op het bord met daartussen het vierkant met oppervlakte 30. In een klassegesprek* (1) *kijkt de leerkracht of er al een betere benadering te krijgen is dan 'tussen 5 en 6'.*

Lukt het nog niet, dan geeft hij alvast enige aanwijzingen om dit benaderingsproces op gang te brengen.
De leerkracht bereidt opdracht 26 voor. Dit is een opdracht die de leerlingen alleen voor problemen stelt. De leerkracht kan het bijvoorbeeld met een ander vierkant voordoen. Bij dit voordoen kan de leerkracht nadruk leggen op de evaluatie in de vorm van een controle van het antwoord en als terugblik op de aanpak." **(20,21)**

Vervolgens werden de volgende elementen aangedragen:

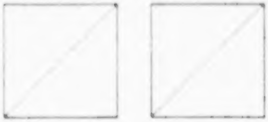
"De leerlingen bespreken de huiswerkopdrachten en kunnen er de leraar bij halen. De leraar kan bij het rondlopen een aantal schriften bekijken en de leerlingen feedback geven over de manier waarop zij de uitwerking in het schrift hebben staan **(23)**.

opdracht 26 en 31, hoofdstuk 3

26 Van het vierkant hiernaast is de zijde 6.
Het is verdeeld in vier driehoeken.

a Hoe groot is de oppervlakte van het vierkant?
En van een driehoek?

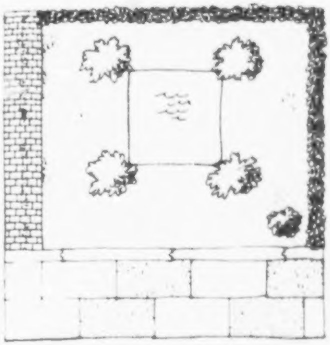
b Van die vier driehoeken kun je twee kleine vierkanten maken. Hoe groot is de oppervlakte van een zo'n vierkant?



c Probeer er achter te komen hoe lang de zijde van dit kleine vierkant is. Je kunt bijvoorbeeld nauwkeurig tekenen en nameten.
Maar je mag ook iets anders bedenken.
Als je een antwoord hebt gevonden, bereken dan de oppervlakte. Klopt het?

d Neem eens twee grote vierkanten, net als in a.
Probeer de vier driehoekjes uit het ene vierkant zo tegen het andere vierkant aan te leggen, dat er een (nog groter) vierkant ontstaat.

31 Meneer Smid heeft in zijn tuin een vierkante vijver van 4 bij 4 meter. Bij elke hoek van de vijver staat een treurwilg.
Smid wil de vijver vergroten. De oppervlakte moet twee keer zo groot worden en de vijver moet weer vierkant zijn.
Maar het is heel jammer om een van die prachtige bomen te kappen of te verplaatsen.
Smid weet niet goed wat hij moet doen.
Maar zijn dochter Annemiek heeft pas op school opdracht 26d gemaakt. Zij zegt: 'Ik weet hoe het kan.'



a Welke oplossing zal Annemiek geven, denk je?

b Hoe lang zal de zijde van de nieuwe vijver worden?
(Twee cijfers achter de komma is genoeg.)

BEST COPY AVAILABLE

C. De opdrachten 24 en 25 volgen direkt op het begingesprek.
Opdracht 26c kunnen leerlingen op verschillende manieren aanpakken. Ten eerste kunnen ze een zijde opmeten en controleren door via kwadraten de oppervlakte te berekenen. Ten tweede kunnen ze zeggen dat als de oppervlakte van het vierkantje 18 is, dan is de zijde √18 lang. En via kwadrateren krijgen we natuurlijk weer 18. Belangrijk is dat de leerlingen zien dat de zijde niet halveert als de oppervlakte halveert.
Opdracht 26d is een voorbereiding op opdracht 27 en op opdracht 31; leerlingen zullen niet snel in de gaten hebben waar opdracht 26 voor dient. Bij deze opdracht helpt het om de driehoekjes uit te laten knippen en met deze driehoekjes te laten schuiven." **(19)**

Twee lessen later komt het belang van opgave 26 naar voren bij een opgave die 'realistische'trekken heeft. In het onderwijsprogramma is de volgende tekst opgenomen:

"Opdracht 31 vertoont verwantschap met opdracht 26d **(4)**. *Helpend kan zijn: Draai de tekening eens; kijk nog eens bij één van de vorige opdrachten; kijk eens bij opdracht 26d; knip eens een vijver uit die twee keer zo groot is en probeer die maar op de tekening te leggen."* **(19)**

Commentaar: In het voorgaande tekstfragment komt het belang van de diversiteit van oplosmanieren naar voren waarbij heuristische regels een rol spelen in het 'erop komen' en in de sturing daarvan.

4.4. Deel 4

In dit hoofdstuk 'Vergelijkingen en Ongelijkheden' wordt bekende stof voortgezet en uitgebreid.
In het onderwijsprogramma was het accent gelegd op de evaluatiefase van het probleemoplossen. De inleidende tekst van het programma luidde aldus:

"Dit hoofdstuk bevat voor een deel een herhaling van het oplossingsproces rond vergelijkingen, zoals de kinderen dit in de eerste klas hebben doorlopen. In de eerste klas waren vooral 'het proberen' en de 'bordjesmethode' centrale oplossingsaanpakken en kwam de 'weegschaal' slechts bij één of twee opdrachten van pas. In dit hoofdstuk worden de 'bordjesmethode' en 'links en rechts hetzelfde doen' een centrale aanpak."

"In de evaluatiefase kan het volgende aan bod komen:
Ten aanzien van het antwoord en de berekening:

- *Is de uitkomst plausibel?*
- *Klopt het antwoord? bijvoorbeeld met de antwoordenlijst; met het antwoord van de buurman; doordat het antwoord in een groter geheel past; doordat je het antwoord op een andere manier kunt controleren.*
- *Zijn de berekeningen correct?*

Ten aanzien van de aanpak:

- *Hoe heb je het probleem aangepakt? Werkt die aanpak altijd of werkt deze aanpak slechts in bepaalde gevallen?*
- *Had je het antwoord op een andere manier kunnen vinden? Had je het antwoord op een snellere of meer algemene manier kunnen vinden?*
- *Maak een opdracht die je op dezelfde manier kunt aanpakken.*
- *Verzin een opdracht die je nu nog niet kunt aanpakken.*
- *Maak een lijstje met diverse manieren van aanpak van soortgelijke problemen.*
- *Ben je van oplossingsstrategie veranderd? Waarom precies?*

De leerkracht kan in de individuele gesprekken en in de klassegesprekken met leerlingen alert zijn op de volgende punten:

- *Wisselt een kind gemakkelijk en snel van strategie? Waarom maakt het kind die wisseling? Bijvoorbeeld omdat het merkt dat het vastloopt op het rekenwerk of omdat het niet goed weet hoe het verder kan gaan?*
- *Legt het kind verband tussen een opdracht en de realiteit, of tussen de opdracht en eigen ervaringen, dan wel tussen de opdracht en oude kennis?*
- *Is het kind gefixeerd op het vinden van een goede oplossing of vindt het kind het begrijpen van de aanpak belangrijker?"*

De derde les werd op de volgende wijze beschreven en van aanwijzingen voorzien:

"Lesindeling:
A. Bespreking van het huiswerk.
B. De leerlingen maken in groepjes opdracht 8.
C. Huiswerk: opdracht 8 afmaken.

A. De leerkracht laat de opdrachten in de groepjes bespreken **(1)**. *Hij zorgt ervoor dat de correcte antwoorden bij de leerlingen bekend zijn en dat er een uitvoerige uitwerking van één van de vergelijkingen gegeven is* **(16)**. *Bij het rondlopen en helpen geeft de leerkracht feedback op de manier van opschrijven en op de manier van uitwerken (16).*

opdracht 8, hoofdstuk 5

8 Los de onderstaande vergelijkingen op.
Schrijf de waarmakers in de hokjes van een vierkant, zoals hiernaast.
Controleer of je een toververkant krijgt.

A $x - 4,92 = 0,59$	**F** $4x - 229,36 = -208,88$
B $2x + 29,4 = 37,36$	**G** $-7,11 = -2,56 - x$
C $2,49 + 3x = 18,48$	**H** $380,66 + 7x = 421,96$
D $205,6 = 210,36 - x$	**I** $524,88 - 6x = 498,66$
E $5x - 23,4 = 1,3$	

A	B	C
D	E	F
G	H	I

BEST COPY AVAILABLE

B. De leerlingen werken in groepjes of in tweetallen aan opdracht 8.

Om deze opdracht te kunnen aanpakken, moeten de leerlingen weten wat een tovervierkant is. Dit kunnen ze niet gemakkelijk in de delen 1 of 2 terugzoeken **(17)***; als geen der leerlingen het nog weet, ligt het voor de hand om het als leraar te vertellen.*

Het te verrichten werk in deze opdracht vraagt om precies rekenen; waarschijnlijk zullen alle leerlingen hier terugvallen op een rekenmachine. De opdrachten in een groepje maken kan tot een taakverdeling leiden en daarmee tot een evaluatie van het geleverde werk. Blijken enkele antwoorden niet in het te verwachten magische vierkant te passen, dan zullen de leerlingen met z'n allen die opdracht nog eens na rekenen **(21)***.*

Aangezien geen van de opdrachten via gokken of proberen snel op te lossen is, zullen de leerlingen goed moeten nadenken over de aanpak. Hierbij kan de leraar de leerlingen helpen **(18)***. Bij het rondlopen en het helpen van de leerlingen kan hij via vragen de leerlingen tot reflectie dwingen. Daarnaast geeft deze opdracht de leerlingen ook de kans om vaardig te worden in het oplossen van vergelijkingen.*

Daar het rekenen met zulke getallen snel tot rekenfouten leidt, zullen de leerlingen eerder dan bij andere opdrachten geneigd zijn een controle uit te voeren **(20)***. Deze controle kan verschillende vormen aannemen. De leerlingen kunnen in tweetallen de opdracht maken en kijken of ieder hetzelfde antwoord heeft; de leerling kan het antwoord via invullen controleren; het magische vierkant kan zelf ook als controle werken. Dat deze drie vormen van controle bestaan en dat een controle hier uitgevoerd kan worden, kan een basis zijn om het controleren in de evaluatiefase aan de orde te stellen* **(21)***.*

Bij een leerling of een groepje leerlingen die een fout hebben gemaakt, kan de docent bijvoorbeeld zeggen dat er een fout gemaakt is, zonder aan te geven welke fout is. Nadat de leerlingen de fout hebben opgespoord kan de docent navragen hoe ze dat hebben gedaan en eventueel doorvragen over manieren om dit soort fouten te voorkomen. (...)

C. Huiswerk is het afmaken van opdracht 8.

Commentaar: Het bovenstaande tekstfragment illustreert de nadruk die gelegd werd op het belang van controle en de variatie die hierin aangebracht kan worden. Opgave 8 leende zich hier goed voor vanwege de grote getallen die erin voorkomen. Het tovervierkant is daarbij een extra hulpmiddel in dit controleproces. In dit fragment ligt de nadruk nog op het controleren van het antwoord, in de volgende les werd op deze opgave 8 doorgegaan met nadruk op de evalutie van de wijze van oplossen.

"LES 4
Lesindeling:
A. De leraar en de leerlingen bespreken opdracht 8.
B. De leraar stelt via een eenvoudig voorbeeld ongelijkheden aan de orde.
C. De leerlingen maken de opdrachten 9, 10 en 11.
Huiswerk: opdrachten 9, 10 en 11.

A. De leraar en de leerlingen bespreken opdracht 8. Bij deze bespreking zal het enerzijds om het 'tover-karakter' van het vierkant gaan en anderzijds om het oplossen van de vergelijkingen. Via het 'tovervierkant' hebben de leerlingen al feedback gehad over de oplossingen. In dit gesprek kan de leerkracht de aanpak en de notatiewijze centraal stellen. **(21)**
Hij geeft op frontale wijze een overzicht van de twee oplosmanieren (proberen zal hier in het geheel niet meer van toepassing zijn) en laat zien hoe hij deze manieren in het schrift wil hebben staan. Hierbij zet hij uitgebreid **alle** *stappen op het bord en geeft bij iedere stap uitleg* **(14)**. *Nadat het antwoord gevonden is, controleert hij het antwoord. De leerlingen nemen dit over."*

Commentaar: De leraar probeert hier modelmatig aan te geven hoe deze opgaven aangepakt kunnen worden. Deze model-oplosmanieren fungeren als evaluatie-voorbeeld voor de oplossingen van de leerlingen zelf.

Op dezelfde leest geschoeid zijn de aanwijzingen voor de zevende les. Ook hierin wordt in het kader van de controle op de antwoorden het belang van de aanpak benadrukt. De opgaven 29 en 30 (pag. 69) bieden hiertoe voldoende gelegenheid.

"LES 7
Lesindeling:
A. Bespreking van de huiswerkopdrachten van de vorige keer.
B. De leerlingen maken de opdrachten 29 en 30.
C. Huiswerk: afmaken de opdrachten 29 en 30. Bij beide opdrachten schrijft iedereen de manier van aanpakken, de berekening en de cntrole in het schrift.

A. De opdrachten van de vorige keer zijn door de leerlingen gecontroleerd. In gesprekjes met groepen of in een klassegesprek kan de docent een leerling laten vertellen hoe hij zo'n controle uitvoert. Het laten uitvoeren van de controle en het onder woorden brengen van de manier van controleren, zijn twee aparte processen die de leerlingen beide moeten leren. Aannemende dat het uitvoeren thuis al gebeurd is, kan in de gesprekjes in de klas aandacht besteed worden aan het verwoorden.

Achtergrond:
Het verwoorden van een handeling dwingt tot een reflectie op het uitvoeringsproces. Het verwoorden leert de leerlingen hun activiteiten algemener geldig te maken. Daarnaast zorgt het verwoorden voor een beter bijblijven van de handeling.

Bij het rondlopen controleert de docent steekproefsgewijs of de leerlingen in de schriften de manier van uitwerken, de berekening en de controle hebben staan.

B. *Opdracht 29: Deze opdracht is een vervolg op opdracht 24d, alleen komen hier zelfs negatieve getallen voor de haakjes voor. Toch wordt het wegwerken een belangrijke manier en zullen leerlingen deze moeten gaan beheersen. Nog steeds zal de aandacht van de leerkracht gaan naar de probeerders. De controle is essentieel, aangezien de leerlingen hier waarschijnlijk veel rekenfouten zullen maken.*
Opdracht 30 is een vervolg op 29 en op de ongelijkheden in bijvoorbeeld 22 en 23. Alleen worden nu opeens ook alle breuken bekeken. Een aantal leerlingen valt dit natuurlijk niet op. Daarnaast is het de vraag of er nu opeens iets anders gebeurt of dat dezelfde aanpakken die bij de opdrachten 22 en 23 helpen ook hier helpen. Deze vraag kan weer iets van de reflectiekant van het oplosproces tonen.

C. *Huiswerk: afmaken de opdrachten 29 en 30. Bij beide opdrachten schrijft iedereen de manier van aanpakken, de berekening en de controle in het schrift. Het moet zo beschreven worden dat een buurman aan de hand van de beschrijving de opdracht op dezelfde manier kan maken. Ook hier dient het beschrijven enerzijds het onthouden van de aanpak en anderzijds het verkrijgen van een beter inzicht in de handeling.*

opdrachten 29 en 30, hoofdstuk 5

29 Los de volgende vergelijkingen op:

a $4x - 2(x - 3) = 10$

b $-3x + 2(x - 2) = 1$

c $4(3x - 4) - (x - 5) = 0$

d $\frac{1}{4}x - \frac{1}{2}(x - 4) = 3$

30 Los de volgende ongelijkheden op, waarbij $x \in \mathbb{Z}$.
Schrijf de oplossingsverzameling in de vorm
$\{x \in \mathbb{Z} \mid x \ldots\}$

a $x + 2(x - \frac{1}{2}) \leq 8$

b $4x - 3(x - 2) < 6$

c $5(3x - 4) - 8(x - 3) > 11$

d $\frac{1}{2}(2x - 3) + x - \frac{1}{2}(3x - 7) \geq 0$

BEST COPY AVAILABLE

In de daarop volgende les wordt doorgegaan op de opgaven 29 en 30, waarbij vooral wordt ingegaan op de verantwoording van de rekenkundige handelingen.

"LES 8
Lesindeling:
A. In groepjes wordt het huiswerk besproken.
B. De leerlingen werken aan de opdrachten 31, 32 en 33.
C. Huiswerk: de opdrachten maken en de antwoorden controleren. Breng precies onder woorden hoe je opdrachten als 32h kunt oplossen, schrijf het zo op dat een leerling die de opdracht nog nooit gemaakt heeft het ook zou kunnen.

A. De leerlingen hebben bij opdracht 29 en 30 opgeschreven hoe ze deze opdracht hebben aangepakt. Daarnaast staan ook de berekening en de controle in het schrift. Belangrijk is dat de leerlingen meer opschrijven dan de rekenkundige handelingen. Het gaat erom dat de leerlingen een schema of handleiding in hun hoofd hebben hoe ze zo'n opdracht oplossen. De rekenkundige handeling alleen is te beperkt. De leerlingen zullen iets moeten kunnen zeggen dat lijkt op 'haakjes uitwerken', 'de x-en bij elkaar nemen (of gelijksoortige termen samennemen)', 'aan beide kanten ...', 'met de bordjesmethode doe ik nu ...'. Dit schema of deze handleiding tot een oplossing zal dan ook opmerkingen over onmogelijke aanpakken kunnen bevatten.
De docent zal bij de beschrijving van de aanpak kunnen doorvragen, zeker bij die leerlingen die alleen opmerkingen over het rekenkundige aspect van de aanpak opschrijven. Gevraagd kan worden naar het verschil in aanpak tussen deze opdrachten en bijvoorbeeld opdracht 17 of opdracht 7. Een andere vraag kan gaan over oplosmanieren die op de opdrachten bij 29 niet van toepassing kunnen zijn. Dit soort vragen ligt in het verlengde van vragen aan de leerlingen om opdrachten te verzinnen die ze nog net wel of net niet kunnen aanpakken. De bedoeling is de kennis van de leerling bewuster te funderen."

5. OPZET, ANALYSE EN UITVOERING VAN HET ONDERZOEK

5.1. Opzet

Dit onderzoek ter vaststelling van mogelijke effecten, valt in 2 delen uiteen: een effectonderzoek en een uitvoerings- of implementatieonderzoek.

De opzet van het effect-onderzoek
Het ontwikkelde programma werd op zijn effecten beproefd in een vergelijkende onderzoeksopzet. In 7 klassen werd volgens het experimentele onderwijsprogramma lesgegeven. In 7 andere klassen (van andere scholen en met andere docenten) kregen leerlingen les volgens de gangbare methode. De resultaten van de experimentele leerlingen werden vergeleken met de controle-leerlingen volgens het in figuur 5.1 aangegeven onderzoeksontwerp:

FIGUUR 5.1: QUASI-EXPERIMENTEEL DESIGN MET VOOR- EN NAMETINGEN; GEEN RANDOM TOEWIJZING VAN LEERLINGEN AAN DE CONDITIES

voor	X1	na1	na2
voor	X2	na2	na2

Toelichting:
voor = voormeting op de variabelen: intelligentie, probleemoplossingsvaardigheid in de wiskunde, attitude t.o.v. wiskunde
X1 = experimenteel onderwijsleerprogramma gedurende 4 maanden
X2 = regulier onderwijsleerprogramma gedurende 4 maanden
na1 = nameting onmiddellijk na afloop van het programma
na2 = nameting na 3 maanden na afloop van het programma.

Voorts is via matching getracht beide condities gelijk te schakelen op de variabelen type school, klasniveau, leerboek en belangstelling van de leraar voor probleemoplossen.

De opzet van het uitvoeringsonderzoek
Om de mogelijke effecten van het onderwijsprogramma te kunnen verklaren vanuit dat onderwijsprogramma moet vastgesteld worden of en in welke mate het programma uitgevoerd is zoals beoogd. Dit vereist dat de uitvoering van het onderwijs volgens het programma wordt beschreven en dat de beleving van leraren en leerlingen van dit onderwijs wordt verzameld.
Een tweede reden voor een goede beschrijving is om antwoord te kunnen geven op de vragen: a. onder welke voorwaarden het programma effect zou kunnen hebben in andere situaties dan de proefsituatie; b. om na te gaan of bepaalde componenten van het programma verantwoordelijk te stellen zijn voor gevonden effecten en c. om vast te stellen of er neveneffecten optreden die niet voorzien waren.

Vraagstellingen
De hoofdvraag van het effect-onderzoek luidt:

> *Leidt het experimentele onderwijsleerprogramma ertoe dat leerlingen beter leren wiskundige problemen op te lossen?*

Deze hoofdvraag kunnen we in termen van de opzet van het onderzoek en de gebruikte instrumenten aan de hand van de volgende hypothesen onderzoeken:
1. De experimentele leerlingen scoren hoger op de eindtoets wiskunde dan de leerlingen van de controlegroep.
2. De experimentele leerlingen geven op het leerlingverslag meer verwachte effecten aan dan de controlegroep-leerlingen.
3. De experimentele groep leerlingen scoort hoger op de retentietoets wiskunde dan de controlegroep-leerlingen.
4. Het oplossingsgedrag van de leerlingen uit de experimentele groep is meer in overeenstemming met de denkrichtlijnen in het onderwijsprogramma dan dat van de controlegroep-leerlingen.

Met betrekking tot de uitvoering van het programma zijn de volgende vraagstellingen geformuleerd:
1. In welke mate wordt het programma uitgevoerd volgens de bedoelingen van de ontwerpers?
2. In welke mate stemt het onderwijsleerprogramma overeen met de opvattingen van de leraren?
3. Welke knelpunten treden op bij de uitvoering van het programma?
4. Hoe verloopt de uitvoering van het reguliere onderwijs?
5. Hoe verloopt het onderwijs na afloop van het programma en vóór afname van de retentietoets?

5.2. Uitwerking van de analyses

Inleiding en variabelen
In deze paragraaf worden de variabelen aangegeven die in de opzet en analyse zijn gebruikt. Zij zijn onderverdeeld in 5 typen nl.: I. matchingsvariabelen, II. covariabelen, III. onafhankelijke variabelen, IV. afhankelijke variabelen en V. kontrolevariabelen.
Het onderzoeksdesign is opgezet vanuit de gedachte dat de effecten van het experimentele onderwijsprogramma vastgesteld zouden kunnen worden door de experimentele groep te vergelijken met een controlegroep. Deze controlegroep moet zodanig gekozen zijn dat ideaal gesproken deze groep dezelfde resultaten zou bereiken als de experimentele groep, in het geval die laatste groep niet het experimentele programma gevolgd zou hebben (Anderson et.al., 1980). Er moet daarom gezocht worden - aangezien random trekken uitgesloten is - naar klassen c.q. scholen die op factoren waarvan invloed op de afhankelijke variabele vermoed kan worden, vergelijkbaar zijn. De beide

condities zouden op voorhand bij benadering gelijk gemaakt moeten worden door selectie op de variabelen van groep I:

groep I:
0. klas (alleen 2e klas v.o.)
1. type school (alleen scholengemeenschappen)
2. leerboek (Moderne Wiskunde of soortgelijk)
3. belangstelling van de leraar (m/v) voor probleemoplossen.

Naast deze poging tot het vergelijkbaar maken van de 2 groepen (zodat de controlegroep als standaard kan fungeren), zouden er variabelen op leerlingniveau gemeten moeten worden waarvan op grond van theoretische overwegingen verwacht mag worden dat ze samenhangen met de uitkomstvariabele. Hierbij gaat het om de volgende covariabelen:

groep II:
4. sekse
5. intelligentie
6. wiskundeniveau
7. vaardigheid wiskundig probleemoplossen
8. advies hoofd basisschool over de schoolrichting
9. advies na 1 jaar v.o. over de schoolrichting
10. attidude t.o.v. wiskunde
11. attitude t.o.v. docent/onderwijs.

Met behulp van deze variabelen zou getracht moeten worden via statistische aanpassing eventuele effecten scherper vast te stellen.

De groep III-variabelen bestaat uit de onafhankelijke variabele, t.w.:
12. de onderwijsconditie (geoperationaliseerd in termen van wel of niet onderricht volgens het programma).

De groep IV-variabelen heeft betrekking op het resultaat van het onderwijs (de afhankelijke variabelen). Deze zijn als volgt geoperationaliseerd:
13. wiskundig probleemoplossen 1 (geoperationaliseerd met een eindtoets)
14. wiskundig probleemoplossen 2 (geoperationaliseerd met het leerlingenverslag)
15. wiskundig probleemoplossen 3 (geoperationaliseerd in de retentietoets).

De groep V-variabelen bevat de variabele implementatie van het programma:
16. Implementatie van het probleemoplossingsprogramma.
In schema:

FIGUUR 5.2: OVERZICHT VAN VARIABELEN MET EEN AANDUIDING VAN HUN STATUS IN HET ONDERZOEKSONTWERP

I. ACHTERGRONDVARIABELEN OP GROEPSNIVEAU (matching)

0. klasniveau (2e)
1. type school
2. leerboek
3. belangstelling docent voor probleemoplossen

II. VARIABELEN OP LEERLING-NIVEAU (COVARIABELEN)

4. sekse
5. intelligentie
6. wiskundeniveau
7. wiskundig probleemoplossen
8. advies basisschool
9. advies na 1 jaar v.o.
10. attitude t.a.v. wiskunde
11. attitude t.a.v. docent/onderwijs

III. ONAFHANKELIJKE VARIABELE

12. conditie-variabele

IV. AFHANKELIJKE VARIABELEN

13. probleemoplossen-1
14. probleemoplossen-2
15. probleemoplossen-3

V. CONTROLEVARIABELE

16. implementatie van het probleem-oplossingsprogramma

De analyses
Er werden drie typen analyses uitgevoerd, nl. beschrijvende analyse, implementatie-analyse en effectanalyse.

Beschrijvende analyses
Beschrijvende analyses in de betekenis van rechte tellingen, uitgesplitst naar conditie, klas, docent en geslacht, werden verricht ten aanzien van de achtergrondvariabelen, covariabelen en afhankelijke variabelen. Hierover wordt gerapporteerd voor zover van direct belang voor het begrijpen van de resultaten.

Implementatie-analyse
Er zijn twee condities gecreëerd: een experimentele en een controleconditie. In de experimentele conditie is onderwijs gegeven volgens het experimentele programma, in de controleconditie werd regulier onderwijs gegeven. In dit onderdeel van de studie wordt vergelijkenderwijs op beide soorten onderwijs ingegaan. Opzet, instrumenten en analyses worden in paragraaf 5.4 nader aangegeven.

Effecten-analyse

Covariantie-analyse
Het quasi-random pretest-posttest control-group design is hier gevolgd om achteraf een statistische aanpassing te kunnen verrichten: het gemiddelde per groep wordt aangepast, d.w.z. de invloed van de covariabele (of covariabelen) op de afhankelijke variabele wordt berekend en verwijderd zodat de invloed van de experimentele factor in het gemiddelde beter tot uiting komt.

Voorafgaand aan deze analyse moet een vooranalyse worden gepleegd waarin nagegaan wordt of aan de voorwaarden voor het uitvoeren voldaan wordt. Het gaat theoretisch om de volgende eisen:

1. de relatie tussen covariabelen en afhankelijke variabele is lineair;
2. de onafhankelijke variabele beïnvloedt niet de relatie covariabele-afhankelijke variabele;
3. de regressiecoefficiënten (van afhankelijke variabele op covariabele) binnen de ene conditie is gelijk aan die in de andere (Hays, 1973:654 e.v.).

Toelichting:

ad 1: Het gaat hierbij om een hoge correlatie (de mate van lineariteit gaan we niet na);

ad 2/3: 3 is de belangrijkste eis. Als aan 3 voldaan is, is ook aan 2 voldaan. Beide eisen verwijzen ongeveer naar hetzelfde. Toetsing van deze eis met elk van de covariabelen apart en tegelijk.

Het voorgaande betekent derhalve dat van elk van de genoemde covariabelen zijn status moet worden nagegaan. Het gaat om de volgende:

4. sekse
5. intelligentie
6. wiskundeniveau
7. wiskundig po
8. advies basisschool
9. advies na 1 jaar v.o.
10. attitude t.a.v. wiskunde
11. attitude t.a.v.docent.

Het mogelijke probleem van een leraareffect kan, gezien de aantallen, niet statistisch worden aangepakt. Hier moeten inhoudelijke redeneringen bij worden gehanteerd.
Dit geldt eveneens voor het gegeven dat 2 leraren het programma ook het vorig schooljaar uitgevoerd hebben. Dit zal eveneens inhoudelijk moeten worden bekeken; startpunt hierbij zullen de descriptieve analyse en de bevindingen met betrekking tot de mate van implementatie per leraar zijn.

5.3. Instrumentatie en metingen

De meeste instrumenten zijn in de pilotfase van het project ontwikkeld en beproefd (Riemersma en Van de Venne, 1988); enkele zijn nieuw ontwikkeld in deze fase van het project. Naast metingen met deze instrumenten werd over een aantal variabelen informatie verzameld via bevraging van de scholen. Alvorens op de gebruikte instrumenten in te gaan, wordt eerst een overzicht van de verrichte metingen en de gebruikte dataverzameling gegeven.

FIGUUR 5.3: OVERZICHT VAN VERRICHTE METINGEN EN BEVRAGINGEN

(1) variabele	(2) instrument/bron	(3) tijdstip afname
0. klasniveau	bevraging/leraar	voorjaar 1988
1. type school	"	"
2. leerboek	"	"
3. attitude leraar t.o.v. probleemoplossen	"	"
4. sekse	bevraging/leerling	sept. 1988
5. intelligentie	Figuren Reeksen, DAT	sept. 1988
6. wiskundeniveau	cijfer/administratie	najaar 1988
7. wiskundig probleem-oplossen	begintoets/leerling	sept. 1988
8. advies basisschool	-/schooladministr.	najaar 1988
9. advies v.o.	-/schooladministr.	najaar 1988
10. attitude t.o.v. probeemoplossen	attitudelijst	sept. 1988+jan.1989
11. perceptie van het onderwijs	Percialijst	jan/febr. 1989
12. conditie	toewijzing	sept. 1988-april 1989
13. probleemoplossen	eindtoets	jan. 1989
14. "	leerlingverslag	jan. 1989
15. "	retentietoets	april 1989
16. implementatie	observaties/ bevraging leerkracht	sept. 1988-jan. 1989

De volgende instrumenten met betrekking tot covariabelen en effecten zijn gehanteerd:

Figuren Reeksen, een subtest van de DAT (Differentiële Aanleg Test). Uit tijdsoverwegingen is voor een subtest van de DAT'83 gekozen. De subtest Figuren Reeksen heeft een hoge betrouwbaarheid (afhankelijk van de normgroep variërend van .87 - .80; Evers & Lucassen, 1984:45). Voorts is er voldoende samenhang binnen de populatie 2e klas MAVO tussen deze subtest en het schoolvak wiskunde. De auteurs geven als korte typering van de betekenis van de test "exakt redeneervermogen".
De DAT '83 bevat drie subtesten die in aanmerking kwamen voor gebruik in het onderzoek, naast gebruik van de gehele DAT '83, namelijk Analogieën, Figuren Reeksen en Rekenvaardigheid. Analogieën heeft volgens de auteurs betrekking op verbaal abstractievermogen en constructief denken en zou een goede voorspeller zijn van criteria met betrekking tot probleemoplossen. Rekenvaardigheid heeft betrekking op inzicht in rekenkundige relaties en met routinematige vaardigheid in het werken met getallen. Vanwege de gewenste beperking van het tijdsbeslag op docent en leerlingen moest met een subtest die in ongeveer 20 minuten afgenomen kon worden, genoegen worden genomen. De keuze van juist deze subtest is in zoverre betrekkelijk willekeurig dat de andere twee evengoed gekozen hadden kunnen worden.

De toetsen

1. Keuze van de meetvorm

In het project is gekozen voor drie vormen van meting van de leereffecten, te weten: direkte meting van de prestatie, indirekte meting van processen via beoordeling van de schriftelijke weergave van het oplosproces en meting van leereffecten via zelfrapportage (zie voor dit zelfrapportageinstrument p.81, het leerlingenverslag). De direkte en indirekte meting vond plaats met behulp van drie toetsen, elk bestaande uit 8 wiskunde-opgaven, afgenomen aan het begin van de experimentele periode, aan het eind en ongeveer 3 maanden na afloop ervan.
De keuze voor de meetwijze met behulp van schriftelijke opgaven (vraagstukken) kan als volgt beargumenteerd worden. Gezien de vraagstelling en het gekozen design is het noodzakelijk dat een prestatiescore vastgesteld kan worden. Daarnaast is het echter zo dat ook proceseffecten verwacht worden. Het onderwijsprogramma beoogt immers het doen verwerven van een repertoire van aanpakstrategieën. Het is daarom gewenst dat de meetwijze zo wordt ingericht dat het proces van oplossen waarneembaar is. Door de leerlingen de vraagstukken schriftelijk te laten uitwerken - met de instructie tussenstappen en -resultaten ook schriftelijk te formuleren - komt het procesverloop beschikbaar voor analyse. Het voorleggen van vraagstukken geeft dus de mogelijkheid zowel een prestatiescore vast te stellen als een analyse van het proces te plegen.
Elke gemaakte opgave wordt daarom geanalyseerd (gescoord) op een aantal proceskenmerken, met behulp van een analyseschema.
De meting van cognitieve processen is indirekt, in zoverre er sprake is van een beoordeling van een substraat van het oplosproces.

2. Ontwikkeling van de begintoets

In de pilotfase van het onderzoek is bij de ontwikkeling uitgegaan van de volgende criteria:

1. Probleemstellend	♦ d.w.z. het antwoord mag niet onmiddellijk door de leerling gegeven kunnen worden
2. Aansluitend	♦ d.w.z. items dienen aan te sluiten bij de onderwezen stof waarbij tevens belangrijke vakkennis opgenomen moet zijn
3. Uitlokkend	♦ de opgaven moeten uitlokken tot heuristische regels
4. Ondubbelzinning	♦ in de formulering; formuleringen moeten helder worden geformuleerd
5. Bekendheid	♦ d.w.z. gehanteerde begrippen en notaties moeten in het onderwijs aan de orde zijn geweest, zodanig dat verwacht mag worden dat ze gekend kunnen worden

6. Variatie

- d.w.z. de problemen dienen in moeilijkheidsgraad te variëren door: meer of minder oppervlaktegelijkenis met opgaven uit het boek; aantal benodigde bewerkingen; op meer manieren oplosbaar.

De opgaven werden ontleend aan: a. het wiskundeboek (varianten); b. het Tweede Wiskunde Project (Pelgrum e.a., 1983) en c. eigen bronnen. Naast gegevens die inhoudelijk nauw aansluiten bij het leerboek, werden ook meer puzzel-achtige opgaven geformuleerd. De eerste opgave was bedoeld als startopgave en was vrij gemakkelijk.
Voor gebruik in het hoofdonderzoek werd uit de toets van 12 opgaven, zoals die in het pilotproject gehanteerd werd, een aantal van 8 geselecteerd. Het aantal van 12 werd teruggebracht naar 8 omdat meer dan 8 opgaven, zo bleek in het pilotonderzoek, nauwelijks gemaakt werden (zie bijlage 5.1 voor de uiteindelijke begintoets).

3. Eindtoets
Bij de eindtoets werd in de pilotfase uitgegaan van dezelfde criteria en van dezelfde ontwikkelprocedure. Hiernaast werd rekening gehouden met de resultaten op de begintoets; onder meer bleken enkele opgaven te moeilijk geweest te zijn vanwege onbekendheid met termen, de complexiteit en ook onduidelijke formuleringen. Er werd in de eindtoets vooral voor gewaakt dat een opgave niet gemaakt zou kunnen worden omdat een centraal begrip niet bekend zou zijn (bijv. uit de begintoets, opgave 7, bleek de term 'veelhoek' een struikelblok). Een voorbeeld van een opgave die letterlijk uit het boek komt (maar niet als huiswerk of in de les is gemaakt) is opgave 8:

> "Los op: 5X + 11(X +4) = 100.
> Laat duidelijk zien hoe je aan de oplossing komt."

Een voorbeeld van een opgave die zorgvuldig lezen en ordenen vereist, is opgave 7:

> "Ik rij regelmatig met de trein van Utrecht naar Amersfoort en terug. Als ik in de trein een kaartje koop, dan moet ik f. 2,50 meer betalen dan aan het loket. Ik heb de afgelopen periode 12 keer een kaartje aan het loket en 7 keer een kaartje in de trein gekocht. In totaal betaalde ik f. 171,40.
> Hoe duur is een kaartje Utrecht-Amersfoort?
>
> Zorg ervoor dat je op dit papier duidelijk uitlegt hoe je deze opgave hebt aangepakt. Het papier hiernaast kun je als kladpapier gebruiken."

Ten behoeve van gebruik in het hoofdonderzoek werden ook hier uit de in het pilotproject ontwikkelde eindtoets van 12 opgaven 8 geselecteerd op grond van dezelfde overweging als gehanteerd bij de begintoets (zie bijlage 5.2 voor de eindtoets).

4. Retentietoets

De retentietoets (bijlage 5.3) is ontwikkeld uit de eindtoets. Elk van de daarin gebruikte opgaven werd gevarieerd, zodanig dat de moeilijkheidsgraad toenam, maar met behoud van de structuur van de opgave (voor een meer uitvoerige verantwoording hiervan zie bijlage 5.4).

5. Het beoordelingsschema

De instructie voor de toets en de vormgeving was erop gericht het probleemoplossingsproces zo expliciet mogelijk op papier te krijgen. Aldus zou dit 'spoor' van probleemoplossen kunnen worden geanalyseerd vanuit de centrale doelstelling van het project: bevordering van effectief aanpakgedrag. Ten behoeve van deze analyse is een schema opgesteld waarover het volgende. Naast de prestatiescore (goed of fout antwoord) is geprobeerd de aanpak te meten. Hiertoe is een aantal analysecategorieën opgesteld, ontleend aan het probleemoplossingsmodel en aan de notie van reflectie. De volgende categorieën met hun scoringsvoorschriften zijn opgesteld:

FIGUUR 5.4: BEOORDELINGSSCHEMA VOOR DE SCORING VAN DE TOETSEN

1. opgave aangepakt
1 = ja (indien tekst en/of tekening en/of tabel of begin daarvan aanwezig is.
2 = nee (indien formulier volkomen blanco is).
N.B. In geval 2: overige categorieën niet scoren.

2. antwoord
1 = geen
2 = niet goed
3 = goed
Het gaat hier in principe om het goed of fout zijn van het antwoord. De meeste opgaven hebben een uitkomst die eenduidig en/of fout is; bij enkele is interpretatie nodig.

3. termen en begrippen
1 = n.v.t.
2 = bekend en begrepen (indien uit de uitwerking niet blijkt dat termen niet zijn begrepen).
3 = gedeeltelijk begrepen (indien uit een uiting van de leerling of een duidelijke foute handeling onbegrip blijkt).
4 = verkeerd geïnterpreteerd (indien dit uit de uitwerking blijkt, bijv. door verkeerde relaties).
5 = onbekend (indien de leerling dit aangeeft).
6 = niet scoorbaar (indien er wel een antwoord is, maar geen uitwerking).

4. procesverloop
1 = geen proces (indien alleen een antwoord is gegeven).
2 = leerling maakt foute stappen (indien eenheden of begrippen onjuist met elkaar in verband worden gebracht, bijv. delen in plaats van optellen).
3 = leerling maakt goede stappen (indien denkstappen indien correct uitgevoerd zouden leiden tot het goede antwoord).
4 = leerling maakt zowel foute als goede stappen.
N.B. Het gaat hier niet om rekenfouten.

5. uitleg
1 = geen uitleg (indien aanduiding van uitlegredenering of berekening ontbreekt.
2 = onvolledig (indien in de reeks van bewerkingen stappen ontbreken waardoor de berekening of redenering niet te volgen is).
3 = leerling geeft beschrijving van wat hij doet (indien louter weergave van redenering of berekening).
4 = leerling geeft beschrijving van ideeën achter de handeling (indien er uitleg is waarom een bepaalde berekening of redenering gevolgd wordt).
5 = leerling beschrijft de rationale achter het handelingsidee (indien de handeling wiskundig of logisch wordt verantwoord).

6. benoeming heuristiek
1 = ja (indien aanduiding van tips of heuristiek expliciet gegeven wordt (bijv. 'ik ga een tabel gebruiken').
2 = nee (indien elke aanduiding ontbreekt).

7. gebruik tekening/tabel
1 = ja (indien aanduiding van tekening of tabel of gebruik van de tekening in de opgave aanwezig is).
2 = nee (indien elke aanduiding ontbreekt).

8. controle
1 = geen controle zichtbaar (indien de uitkomst niet zichtbaar gecontroleerd wordt).
2 = controle zichtbaar maar foutief uitgevoerd (indien de controle foute berekeningen bevat).
3 = controle zichtbaar en goed uitgevoerd (indien de berekeningen met de uitkomst correct zijn).

9. reflectie
1 = geen reflectie zichtbaar (indien geen duidelijke uitlating hierover wordt vermeld).
2 = aangeven alternatieven (indien op andere oplossingsmogelijkheden wordt gewezen).
3 = commentaar op aanpak (indien expliciet de eigen aanpak becommentarieerd wordt).
4 = besef van vastlopen (indien expliciet aangegeven wordt dat men is blijven steken).

Op enkele gaan we nu in:

92 BEST COPY AVAILABLE

Opgave aangepakt; het belang van deze score is gelegen in de mogelijke constatering in hoeverre aangepakte opgaven voltooid worden en vaststelling van eventuele wendingen (veranderingen in strategie).
Termen en begrippen; opname hiervan berust op de vooronderstelling dat declaratieve kennis beschikbaar dient te zijn, wil een leerling kunnen oplossen (een noodzakelijke maar niet voldoende voorwaarde).
Met procesverloop en niveau van uitleg is getracht onafhankelijk van het antwoord het proces in kaart te brengen, zowel op strategisch niveau als op uitvoeringsniveau.
Reflectie wordt gemeten met niveau van uitleg en benoeming van heuristieken. Dit wordt eveneens gedaan met de categorieën controle en reflectie.
Voor een overzicht van standpunten en onderzoeksresultaten omtrent reflectie wordt verwezen naar Nelissen (1988:197 e.v.). Deze auteur geeft acht indicaties, waarvan drie als essentieel worden gezien, t.w.: 1. reflectie als planning vooraf, waar te nemen als beslissing omtrent aanpak of koerswijziging hierin; in dit onderzoek o.a. benoeming van heuristieken. 2. motiveren van een oplossingsstrategie; in dit onderzoek uitleg en niveau van uitleg; 3. motiveren en vergelijken van twee of meer strategieën; in ons onderzoek reflectie of commentaar op de eigen aanpak of aangeven alternatieven.
Van de overige indicaties is nog van belang: controleren van het eigen handelen tijdens of na het oplosproces; bij ons controle op de uitkomst of aanpak.
Hierbij moet wel opgemerkt worden dat meting van reflectie bij Nelissen in een andere context plaatsvond: bij ons gaat het om 12/13-jarigen v.o., bij Nelissen om 10/11-jarigen. Tevens was bij ons de toetsafname geheel schriftelijk, bij Nelissen mondeling.

Betrouwbaarheid
Bij de begintoets is nagegaan in hoeverre het analyseschema betrouwbaar te hanteren valt. Van 119 leerlingen is het door hen gemaakte werk nagekeken door twee onafhankelijk van elkaar werkende beoordelaars. Berekening van Cohen's Kappa op alle beoordelingsaspecten (9) en met betrekking tot alle opgaven (8) leverde een bevredigend resultaat op: de meeste van de 72 berekende Kappa's zijn bevredigend hoog (zie voor meer details bijlage 5.5).

Leerlingverslag
Het leerlingverslag is een instrument waarmee leerlingen kunnen aangeven wat zij geleerd hebben gedurende een bepaalde cursus. Het leerlingverslag is een vorm van meting die gebruikt kan worden om te trachten effecten die niet makkelijk meetbaar zijn, te meten (Kesteren, 1989).
Procesdoelen dat wil zeggen de wijzen van aanpak van opgaven kunnen als moeilijk meetbare doelen worden beschouwd. Vandaar dat naast de al eerder genoemde meting door middel van een analyse van de schriftelijke neerslag van elke opgave, geprobeerd wordt via dit

zelfrapportage instrument de beoogde proceseffecten in kaart te brengen. In het gebruikte leerlingverslag zijn twee soorten stellingen geformuleerd: stellingen waarbij leerlingen kunnen aangeven of bepaalde activiteiten geleerd zijn, bijvoorbeeld: 'ik heb geleerd om regels te gebruiken' en stellingen waarbij aangegeven kan worden hoe vaak of minder vaak tot nooit zij de afgelopen maanden bepaalde ervaringen hebben opgedaan in de wiskundelessen, bijvoorbeeld: 'ik heb ervaren dat het helpt als ik bij wiskunde-opgaven eerst een schets maak' (De Kat & Riemersma, 1978) (Kesteren, 1989).

Ontwikkeling
Uitgaande van de leerdoelen zoals geformuleerd in de ontwerpeisen, werd een 20-tal leerervaringen geformuleerd. Na analyse van de leerlingschriften (Verhoef, 1987) en een aantal observatieverslagen werd eenzelfde aantal leerervaringen toegevoegd. Bespreking in het projectteam leidde tot de idee het al eerder genoemde onderscheid in 'leren'- en 'ervaren'-uitspraken aan te brengen. Vermoed werd dat de 'leren'-items zouden weerspiegelen wat onderwezen was, terwijl de 'ervaren'-items de praktijk van het opgaven maken zouden weerspiegelen. Beantwoording van de eerste soort items zou meer berusten op waarneming van het onderwijsgedrag. Beantwoording van de laatste soort items zou o.i. meer berusten op de waarneming van het eigen handelen (Riemersma & Van de Venne, 1988).
De resultaten geven niet alleen inzicht in wat leerlingen wel of niet geleerd hebben, zij kunnen ook een indicatie vormen over de uitvoering van het onderwijsprogramma.

Attitudelijst
De attitudelijst die in dit onderzoek werd gebruikt, is een bewerking van de 'wiskunde-belevingsschaal' die het CITO heeft ontwikkeld. De door het CITO ontwikkelde schaal bestond aanvankelijk uit vijf subschalen, te weten: 1. plezier; 2. angst; 3. moeilijkheid; 4. inzet en interesse; 5. maatschappelijke relevantie. Later is deze teruggebracht tot in totaal drie subschalen: 1. angst en moeilijkheid; 2. plezier en motivatie; 3. maatschappelijke relevantie (Kremers, 1981; Martinot e.a., 1988). Aan de laatste drie subschalen werden door De Leeuw, Meijer, Perrenet en Groen (1988) items toegevoegd uit een door Pelgrum e.a. (1982) geconstrueerde wiskunde-attitudetest. De extra items werden elk op grond van inhoudelijke overeenkomsten toegevoegd aan één van de drie genoemde categorieën. Ook werd een vierde subschaal geïntroduceerd (De Leeuw e.a., 1988) die beoogde te meten in hoeverre de leerlingen over een wiskundige denkhouding beschikken. Hiermee wordt een meer cognitief aspect van de attitude bedoeld: de wijze waarop problemen aangepakt worden.
In het onderhavige onderzoek is voor deze attitudeschaal gekozen om de volgende redenen. Het instrument is ontwikkeld voor en afgenomen onder de doelgroep (2e klas v.o.) waarop het onderzoek zich richt. De subschalen zijn getoetst op betrouwbaarheid en validiteit. De vragen-

lijst bestaat na verdere ontwikkeling uit drie subschalen, te weten: 1. angst en moeilijkheid; 2. plezier en motivatie; 3. maatschappelijke relevantie. De attitudelijst beoogt motivatie voor wiskunde te meten; deze variabele dient als covariabele te gaan fungeren in de statistische analyse in het hoofdonderzoek.

De volgende instrumenten met betrekking tot de uitvoering van het experimentele en reguliere onderwijs zijn gebruikt:

Observatieschema

De uitvoering van het programma dient aan een aantal eisen te voldoen die in de vorm van ontwerpeisen (hoofdstuk 2) zijn geformuleerd. Deze ontwerpeisen hebben o.a. betrekking op de doelstelling, de leerstof en leerstofvorm, de gewenste didactische werkvormen, de inhoud van de communicatie voor wat betreft didactische aanwijzingen bij opgaven maken en de inbreng van de leerlingen. Naast gebruik van andere onderzoeksinstrumenten is gekozen voor observeren in de klas om de volgende redenen:

- de daadwerkelijke uitvoering vindt op lesniveau plaats, derhalve zijn op dat niveau een aantal uitvoeringsaspecten waarneembaar;
- een aantal uitvoeringsaspecten is uitsluitend waarneembaar op dit lesniveau, bijvoorbeeld de leraarinstructies in het onderwijsleerproces;
- het is gewenst waarneming van de uitvoering van het programma uit diverse bronnen met elkaar te kunnen vergelijken.

Er is gekozen voor observeren aan de hand van een schema, waarbij de werkwijze als volgt was: in principe elke week bezocht een onderzoeker een les bij elk van de klassen; gedurende de les maakte hij aantekeningen omtrent het lesgebeuren, die hij na afloop verwerkte aan de hand van het schema. Het schema diende uiteraard als leidraad bij het observeren. Alle drie observanten volgden deze werkwijze. Gekozen is voor deze half-gestructureerde wijze van werken om de volgende redenen:

- het ging om de vaststelling van een aantal globale uitvoeringsaspecten, zoals de lesindeling, de werkvormen, het type vragen en antwoorden, e.d.; dit zijn vrij gemakkelijk observeerbare gebeurtenissen die geen gedetailleerde waarneming vereisen;
- er werd voornamelijk op het leraargedrag gelet, waarin immers het programma tot realisatie gebracht moest worden.

De ontwikkeling van het schema

Het schema is in de pilotfase ontwikkeld vanuit geformuleerde ontwerpeisen, d.w.z. er is een vrij direkte vertaling gemaakt van relevante eisen naar observatiecategorieën. Na twee keer observeren is het schema doorgesproken tussen twee observanten die dezelfde lessen bijwoonden, hetgeen tot enkele bijstellingen leidde. Vervolgens is het herziene schema gedurende de pilotfase gehanteerd. Op grond van de

ervaringen in deze pilotfase werd besloten de inhoudelijke typeringen van opgaven oplossen achterwege te laten; dit bleek zeer tijdrovend te zijn en maar weinig opbrengst te geven (zie bijlage 5.6).

Kenmerkenlijst
Vanuit de lijst met ontwerpeisen (hoofdstuk 2) en het observatie-schema is een lijst met kenmerken samengesteld. Deze kenmerken weerspiegelen het 'leren probleemoplossen-karakter' van het programma. De kenmerken zijn als items voorgelegd aan de betrokken docenten met de vraag in hoeverre aan het betrokken kenmerk in hun onderricht gedurende de experimentele periode werd voldaan. De beantwoording van deze lijst vormt één van de bronnen om de (mate van) implementatie van het onderwijsprogramma vast te stellen. In paragraaf 5.4 wordt op deze lijst verder ingegaan.

Percialijst
De Percialijst is ontwikkeld door Terwel e.a., (1988). De lijst wordt verondersteld de percepties van leerlingen van hun leeromgeving te meten. De lijst werd ontwikkeld voor gebruik bij een wiskundig curriculum waarbij a. het werken in heterogene groepen en b. het gebruik van 'contexten' in het wiskunde-onderwijs accent kreeg. De lijst bevat echter voldoende items die de leeromgeving in meer algemene zin kunnen karakteriseren. De lijst leek derhalve goed bruikbaar voor gebruik in het onderhavige project.
De Percialijst heeft 5 subschalen:
a. Leraar, instructie, klasseklimaat (LIK)
Items hebben betrekking op duidelijke (klassikale) uitleg, goede leiding, feedback, discussie en reflectie.
b. Differentiatie (DIF)
Items hebben betrekking op differentiërende activiteiten als: aandacht voor verschillende oplossingsmethoden, controle op voortgang, aansluiten bij ervaringen van leerlingen.
c. Samenwerking tussen leerlingen (SAM)
Items hebben betrekking op hulp geven, elkaar begrijpen, aandacht voor verschillende oplossingsmethoden.
d. Taakgerichtheid en orde (TAKO)
Hier gaat het om variabelen als orde, verveling, systematiek bij het werken en tijdsbesteding.
e. Inhoud (IN)
Items hebben o.a. betrekking op de relevantie van wiskunde en het gebruik van contexten. Elk item heeft twee antwoordschalen. De eerste heeft betrekking op de feitelijke situatie, de tweede op de gewenste.

Voorbeeld:

		bijna nooit		bijna altijd
Wij praten met elkaar over de manier waarop we de opdracht uitgevoerd hebben.	*Dit komt*	1 2 3 4 5		*voor*
	Ik wil graag dat het	1 2 3 4 5		*voorkomt*

De door Terwel e.a. (1988) opgegeven alpha-coëffiënten variëren van .68 tot .89.

De lijst is aanvullend bedoeld op de observatie-gegevens en de bevragingen van de leraren en zal gebruikt worden om een taxatie te geven van de implementatie van het onderwijsprogramma. De schaal geeft eveneens een meting van het oordeel van leerlingen over het leerkrachtgedrag van hun docent.
De lijst is aan het eind van de experimentele periode (januari 1989) voorgelegd aan alle leerlingen.

5.4. De implementatie van het onderwijsprogramma

Om de volgende redenen dient de (mate van) implementatie van het experimentele onderwijsleerprogramma vastgesteld te worden.
Op de eerste plaats zouden de resultaten van de experimentele periode zo mogelijk toegeschreven moeten kunnen worden aan het programma; daartoe is het immers ontworpen.
Vervolgens dient vastgesteld te worden dat er niet sprake is van een 'niet-geïmplementeerd programma'.
Tenslotte is het voor toekomstige ontwerpen op dit terrein van belang te weten welke de wel of niet werkzame factoren waren die verantwoordelijk voor resultaten gesteld zouden mogen worden (Hyman, Wright & Hopkins, 1962; Fullan & Pomfret, 1977; Wolf, 1987).

Er kan met betrekking tot het experimentele programma onderscheiden worden tussen aanvaarding (adoptie) en uitvoering (implementatie) ervan (Fullan & Pomfret, 1977).
De bereidverklaring van docenten over deelname aan het programma kon opgevat worden als een aanvaarding van de idee van het programma, d.w.z. de idee dat meer dan in het reguliere onderwijs probleemoplossend gedrag zou kunnen en moeten worden bevorderd en dat het ontworpen onderwijsprogramma hiertoe een geschikt middel zou zijn. Nadere uiteenzettingen omtrent het onderwijsprogramma aan de hand van schriftelijke voorbeelden van gewenste lessen in een voorbereidende sessie leidde niet tot terugtrekken van docenten, met andere woorden op voorhand zagen zij mogelijkheden het programma uit te

voeren in overeenstemming met de eigen opvattingen over onderwijs van wiskunde.
Het positieve verloop van deze adoptie-fase behoefde uiteraard nog niet in te houden dat de uitvoering of implementatie als zodanig voldoende in overeenstemming met de bedoelingen van de ontwerpers zou zijn. De implementatie van een onderwijsprogramma is echter geen alles of niets aangelegenheid; het is zinvoller te spreken van mate van implementatie (Klaasman, 1989, Wang et al., 1984). In onderzoeksliteratuur wordt wel een tegenstelling geponeerd tussen een "getrouwheids-benadering" en een "adaptieve benadering" van het implementatievraagstuk (Klaasman, 1989; Fullan & Pomfret, 1977; Van de Grift, 1987). In de getrouwheidsbenadering wordt ervan uitgegaan dat een programma bepaalde (vernieuwende) kenmerken heeft die in de uitvoering waargenomen moeten kunnen worden. In de adaptieve benadering wordt ervan uitgegaan dat de leerkracht een programma aanpast aan de eigen wensen en omstandigheden en dat derhalve varianten van het programma zullen worden waargenomen (Harskamp, 1988). Zo'n veronderstelde tegenstelling verliest echter aan betekenis als uitgegaan wordt van de vooronderstelling dat uitvoering van onderwijsprogramma's altijd eigen inbreng van de docent (en van de leerling) vereist. Opvattingen van docenten over wiskunde-onderwijs bijvoorbeeld werken door in hun lesgeven (Piaget, 1972; Vermeulen & Gravemijer, z.j.; Van den Berg & Vandenberghe, 1984) en leiden tot een eigen inkleuring van het programma. Uit oogpunt van "getrouwheid" zou men moeten spreken van 'ruis', een standpunt dat de werkelijkheid al te zeer geweld aandoet. Ook allerlei factoren van organisatorische en toevallige aard kunnen de uitvoering van het programma beïnvloeden *(noot 6.3)*. Niettemin zal een maatstaf voor implementatie gehanteerd moeten worden die zowel aan de bedoelingen van de ontwerpers als aan de opvattingen van de uitvoerders recht doet. Er werd in deze studie daarom aangesloten bij de opvatting dat hiertoe gewerkt kan worden met gewenste kenmerken of kritische dimensies (Wang et al., 1984). Welke variatie in de uitvoering van het programma ook aangebracht wordt, een aantal bij voorbaat gewenste kenmerken zouden in ieder geval moeten kunnen worden waargenomen. In dit onderzoek zijn een aantal kenmerken van het experimentele programma geformuleerd (zie fig. 5.5) die in de uitvoering zouden moeten worden aangetroffen. De vraag doemt dan op welke mate van implementatie of variatie van beoogd gedrag nog acceptabel is om te kunnen zeggen dat het programma geïmplementeerd is, gegeven de eigen 'handelingsruimte' van de docent en allerlei andere beïnvloedende factoren. Het gaat er immers om waargenomen effecten aan het programma (de 'treatment' in experimentele termen) te kunnen toeschrijven. Klaasman (1989) hanteert als criterium voor voldoende implementatie dat 70% van het programma volgens de bedoelingen moet zijn uitgevoerd, Wang et al. (1984) werkt met een 85% criterium. Gegeven de eerder gemaakte opmerking over de eigen handelingsruimte van docenten werd in deze

studie het 70% criterium aangehouden (een min of meer arbitrair, maar wel verstandig criterium, c.f. Slavenburg, 1989).

In het onderhavige onderzoek is het derhalve van belang vast te stellen in hoeverre bepaalde kenmerken van het programma geïmplementeerd werden.
Daarnaast is het van belang het programma van de controlegroep te kunnen beschrijven teneinde de verschillen met het experimentele programma te kunnen vaststellen.
In beide condities vervullen bij de uitvoering van het onderwijsleerprogramma, hetzij het experimentele, hetzij het reguliere, de leraren een cruciale rol, zodat vooral zij de voornaamste onderzoeksgroep in de implementatie-studie vormen.
Bedacht moet worden dat de interventie van de onderzoeker een samenstel is van a. het uitgeschreven onderwijsprogramma; b. de leerstof uit het wiskunde-boek zoals gepland door de leraar; c. de eigen inbreng van de leraar in zijn/haar onderwijs; d. de observaties van de onderzoekers, e. de periodieke besprekingen met de leraren en f. de loutere aanwezigheid van de onderzoeker in de klas.
Met de aangegeven kenmerken wordt daarom getracht de belangrijkste aspecten van het programma te onderzoeken, niet om de realisatie van het programma tot in alle details vast te leggen.

Op grond van bovenstaande overwegingen werden de volgende vraagstellingen geformuleerd:
1. In welke mate wordt het programma uitgevoerd volgens de bedoelingen van de ontwerpers?
2. In welke mate stemt het onderwijsleerprogramma overeen met de opvattingen van de leraren?
3. Welke knelpunten treden op bij de uitvoering van het programma?
4. Hoe verloopt de uitvoering van het reguliere onderwijs?
5. Hoe verloopt het onderwijs na afloop van het programma en vóór afname van de retentietoets?

Ter beantwoording van bovenstaande implementatie-vragen zijn data verzameld met behulp van de volgende in voorgaande par. 5.3. beschreven instrumenten en procedures:
1. er is in de experimentele en de vergelijkingsklassen geobserveerd met behulp van het observatieschema;
2. aan de leerlingen is een vragenlijst over het verloop van het onderwijs voorgelegd (Percialijst);
3. aan de leraren is een kenmerkenlijst voorgelegd.

De mate van implementatie wordt op grond van bovenstaande bronnen getaxeerd, waarbij de volgende kenmerken van het programma beoordeeld worden:

FIGUUR 5.5 KENMERKEN VAN HET PROGRAMMA

A. Lesstructuur/didactische werkvormen
werkvormen:
1. frontaal
2. onderwijsleergesprek
3. groepsonderricht
4. individueel werken

B. De leerstof
5. verbinding, grote lijn in de leerstof
6. notaties
7. formules
8. bewerkingen/operaties
9. toepassingen in de praktijk

C. Activiteiten leerlingen
10. toelichting aanpak in termen van heuristieken, e.d. door de leerlingen
11. hardopdenken
12. retrospectie van de leerlingen

D. Probleemoplossen en probleemaanpak
13. bespreken alternatieve aanpakken
instructie in fasen van probleemaanpak:
14. encodering
15. representatie
16. afwikkeling
17. evaluatie
18. gebruik basisheuristiek
19. verzamelen tips en hints
20. schriftelijke weergave van het oplosproces
21. leerling als model
22. ruimte bieden voor probleemoplossingsactiviteiten, zoals verwoorden, lezen, evalueren aanpak, e.d.

E. Huiswerk
23. instructie m.b.t. uitschrijven aanpak en nadruk op het proces
24. opgeven vermelde huiswerkopdrachten

F. Planning leerstof
Het programma geeft aanwijzingen omtrent de leerstof zoals in het jaarprogramma van de docent opgenomen.
25. leerstofplanning (opgaven zoals aangegeven in het leerboek)
26. lesplanning (lesdelen zoals aangegeven in het programma).

Aanvullend op deze kenmerken is de onderwijssituatie beoordeeld door de leerlingen middels de zgn. Percialijst (zie par. 5.3). Deze lijst geeft aan het verschil tussen beide condities op een aantal variabelen die onderwijs beschrijven en die voor een deel kenmerkend zijn voor procesgericht onderwijs.

Werkwijze met betrekking tot de bepaling van implementatiewaarden
Op grond van de observaties is nagegaan in welke mate elk van de genoemde kenmerken gerealiseerd werd in het onderwijs. Tevens werd van elk kenmerk het oordeel van de betrokken docent vastgelegd.
Hiernaast werd de controle-conditie voor wat betreft het gegeven onderwijs beschreven. Omdat hier slechts in geringe mate geobserveerd werd, is deze beschrijving voornamelijk impressionistisch van karakter. Een tweede bepaling van de implementatie werd verkregen door een

mogelijk verschil na te gaan tussen het onderwijs in beide condities met de al genoemde Percialijst.
Op basis van empirische bevindingen met betrekking tot het bovenstaande zullen conclusies worden getrokken over de mate van implementatie van het experimentele onderwijsleerprogramma (zie par. 6.11).

5.5. De uitvoering van het project

Het project is in grote lijnen uitgevoerd zoals gepland. Enkele bijstellingen dienen hier vermeld te worden.

1. Naast meting van effecten op het wiskundig domein was in het oorspronkelijke plan ook meting op het natuurkundig domein voorgenomen, teneinde verre transfer te kunnen vaststellen. Dit bleek binnen de gegeven randvoorwaarden (tijd, financiën) niet haalbaar en heeft derhalve niet plaatsgevonden.

2. Het random selecteren van leraren uit de populatie van leraren die positief tegenover wiskundig probleemoplossen staan, is uit praktische overwegingen vervangen door een procedure waarbij willekeurig scholen uit het telefoonboek geprikt werden. Aan het hoofd van de sectie wiskunde werd medewerking gevraagd, die deze vraag vervolgens voorlegde aan de sectieleden. Op grond hiervan werd al of niet medewerking door één of meer leraren vanuit die betreffende school verleend. De keuzecriteria waren: 1. leergang Moderne Wiskunde; 2. positief staan t.o.v. een probleemoplossende benadering van het wiskunde-onderwijs; 3. scholengemeenschap; 4. gelegen in een middelgrote provinciestad en 5. goed bereikbaar vanuit Amsterdam.

3. Eén leraar kon om praktische redenen niet deelnemen aan de periodieke voortgangsbesprekingen en evenmin aan de introductiebijeenkomst. Wel kreeg deze leraar steeds de beschikking over de schriftelijke verslagen.

6. RESULTATEN

In dit omvangrijke hoofdstuk worden de resultaten van het onderzoek besproken. In de eerste twee paragrafen (6.1 en 6.2) wordt een aantal basisgegevens over de onderzoeksgroepen en kenmerken van verdelingen met betrekking tot de onderzoeksvariabelen weergegeven. De derde paragraaf (6.3) bevat enkele voorbereidende analyses. De paragrafen 6.4 tot en met 6.8 geven de resultaten op de afhankelijke variabelen en de analyses daarover weer. De paragrafen 6.9 tot en met 6.11 zijn gewijd aan de vraag naar de uitvoering van het onderzochte wiskunde-onderwijs.

6.1. Beschrijving van de onderzochte groep op een aantal matchingsvariabelen

Zowel in de experimentele als controleconditie is het onderwijs gegeven aan leerlingen uit de tweede klas van het voortgezet onderwijs. In alle gevallen betreft het leerlingen van scholengemeenschappen. Bij de keuze van scholen en leraren is getracht tot gelijke typen scholen en klassen te komen. Alle leraren, behalve de twee die ook aan de pilotfase meewerkten, werden nieuw geworven. Deze werving verliep als volgt. Secties wiskunde van diverse scholengemeenschappen van middelgrote provinciesteden in de buurt van Amsterdam werden benaderd met de vraag naar deelname aan het project. Omdat vooral deelname in de experimentele groep een grote investering zou vergen, werd daar aanvankelijk vooral aandacht aan gegeven. Toen eenmaal deze groep (7 klassen) samengesteld was, werd de verdere werving op deelname aan de controlegroep gericht. De werving van de leraren voor de controlegroep verliep inzoverre succesvol dat de benaderde leraren alle positief reageerden. Het bleek echter ook dat de a priori gelijkschakeling op de variabele schooltype en leerboek, niet volledig zou lukken. In de afweging tussen de moeite en tijd die het zou kosten nieuwe leraren te zoeken en de mogelijkheid door middel van covariantie-analyse aanvangsverschillen achteraf te kunnen corrigeren, gaf dit laatste de doorslag. Dit leidde tot de beslissing met de minder volmaakte matching genoegen te nemen. In alle gevallen was het keuzecriterium dat de vaksectie c.q. de leraar positief stond ten opzichte van probleemoplossend en procesgericht onderwijs, zeer belangrijk. In twee klassen, nl. bij klas 13 en 14 is er tussentijds een andere leraar voor de klas komen te staan (vanwege interne verschuivingen en ziekte). De nieuwe leraren namen zonder meer deel aan het project. In de experimentele conditie waren er 2 leraren, nl. met de klas 1 en met de klassen 2 en 3 die ook aan het ontwikkelingswerk in de pilotfase van het project hebben meegewerkt. Een overzicht van de klassen, getypeerd naar een aantal 'matchingsvariabelen' en de conditie-variabele, geeft tabel 6.1.

Duidelijk is dat niet in alle opzichten gelijkschakeling gelukt is, als gevolg van de beschikbaarheid c.q. bereidheid tot deelname van leraren aan het project. Met name het schooltype in de controleconditie wijkt in zoverre af dat hier veelal scholengemeenschappen LBO/MAVO worden aangetroffen. Qua type richting is er wel meer overeenkomst. Verwacht werd dat dit aanvangsverschil met covariantie-analyse gecontroleerd kon worden.

TABEL 6.1: OVERZICHT VAN KLASSEN GETYPEERD NAAR CONDITIE, TYPE SCHOOL EN RICHTING, LEERBOEK EN HOUDING LERAAR

(1) klas	(2) conditie	(3) schooltype	(4) richting	(5) boek	(6) leraar
1	exp	m/h/vwo	havo	mw	+
2	exp	m/h/vwo	ath/havo	mw	+
3	exp	m/h/vwo	mavo	mw	+
4	exp	m/h/vwo	mavo	mw	+
5	exp	m/h/vwo	havo/mavo	mw	+
6	exp	ath/havo	havo	mw	+
7	exp	ath/havo	havo	mw	+
8	contr.	lbo/mavo	mavo	wiskl	+
9	contr.	lbo/mavo	mavo	wiskl	+
10	contr.	lbo/mavo	lbo/mavo	mw*	+
11	contr.	m/h/vwo	mavo	mw	+/-
12	contr.	m/h/vwo	mavo	mw	+/-
13	contr.	lbo/mavo	lbo	ddb	+
14	contr.	lbo/mavo	lbo	ddb	+

*lbo-editie

Toelichting
Kolom 1: klasnummer; kolom 2: geeft aan of de klas behoort tot de experimentele of controleconditie; kolom 3: geeft het type school aan; kolom 4: geeft de richting van de klas aan; kolom 5: geeft aan welk boek gehanteerd werd (mw = Moderne Wiskunde/wiskl = Wiskundelijn/ddb = Denken, doen, begrijpen); kolom 6: geeft aan of de leraar positief staat ten opzichte van een probleemoplossende benadering in het wiskundeonderwijs.

In de klassen van twee scholen wijkt het leerboek af: op één school wordt Wiskundelijn in plaats van Moderne Wiskunde (4e editie) gebruikt. Echter, ook Wiskundelijn beoogt door de indeling en vormgeving probleemoplossen te bevorderen. Op de andere school wordt het leerboek Denken, Doen en Begrijpen gehanteerd; dit boek behandelt in grote lijnen dezelfde onderwerpen als Moderne Wiskunde. In vergelijking met dit laatste boek wordt in Denken, Doen en Begrijpen meer nadruk op formele terminologie en formulegebruik gelegd.

6.2. Achtergrondgegevens leerlingen

In deze paragraaf worden gegevens over een aantal leerlingvariabelen als sekse, intelligentie, verkregen adviezen, e.a. weergegeven. Allereerst wordt de verdeling over de variabele sekse gegeven in tabel 6.2.

TABEL 6.2: VERDELING VAN JONGENS-MEISJES OVER DE CONDITIES

	experim. cond.	controlecond.	
jongen	92	77	169
meisje	98	97	195
	190	174	364
(ontbr.: 6)			

In de experimentele conditie is het aantal meisjes 52%, in de controleconditie 56% en omgekeerd is het aantal jongens in de condities resp. 48% en 44%. Deze verschillen zijn niet significant. In de analyse wordt aan deze variabele extra aandacht gegeven.

De verstrekte adviezen over de te kiezen schoolrichting door de basisschool zijn weergegeven in tabel 6.3. In tabel 6.4 zijn de adviezen na 1 jaar voortgezet onderwijs opgenomen.

TABEL 6.3: ADVIES VAN DE BASISSCHOOL OVER DE ONDERWIJSRICHTING IN HET VOORTGEZET ONDERWIJS, PER CONDITIE

	experim. cond.	controlecond.	
advies basisschool:			
LBO	1	47	48
MAVO	59	60	119
HAVO	59	6	65
VWO	5		5
LBO-MAVO	2	28	30
MAVO-HAVO	34	27	61
HAVO-VWO	13		13
anders	1		1
	174	168	342

Duidelijk is dat in de controleconditie meer LBO-geadviseerden zitten en in de experimentele conditie meer HAVO-geadviseerden. Dit verschil zou het vaststellen van een eventueel effect kunnen bemoeilijken; in de analyse wordt er nader op ingegaan.

TABEL 6.4: ADVIES OP HET EIND VAN DE EERSTE KLAS V.O. OVER DE ONDERWIJS-RICHTING, PER CONDITIE

	experim. cond.	controlecond.	
advies v.o.:			
LBO	1	38	39
MAVO	19	98	117
HAVO	73		73
VWO	2		2
LBO-MAVO		33	33
MAVO-HAVO	56		56
HAVO-VWO	17		17
anders	15		15
	183	169	352

Aan de leerlingen in de controleconditie zijn de adviezen relatief meer op het LBO gericht. Dit gegeven kan als volgt worden gecombineerd met het gegeven over de schooltypes: de controleconditie telt meer scholengemeenschappen van het type LBO/MAVO (tabel 6.1), zodat advisering in de richting van LBO daar ook meer voor de hand ligt. Anders gezegd: er is een contaminatie tussen de variabele 'advies op het eind van het eerste jaar v.o.' en de variabele' schooltype'. Derhalve kan nu besloten worden de eerstgenoemde variabele niet als covariabele in de analyseberekeningen te betrekken.

De rapportcijfers voor het vak wiskunde op het eind van het eerste jaar werden eveneens verzameld en staan vermeld in tabel 6.5.

TABEL 6.5: BEHAALDE CIJFERS WISKUNDE OP HET EINDRAPPORT VAN DE EERSTE KLAS PER CONDITIE

	experim. cond.	controlecond.	
3 of minder	5	2	7
4	7	4	11
5	16	10	26
6	44	49	93
7	78	59	137
8	25	35	60
9 of hoger	8	11	19
	183	170	353

(ontbr.: 17)

Er is geen verschil in behaalde rapportcijfers tussen de experimentele conditie en de controleconditie. Aangetekend moet worden dat de variabele 'cijfer' niet goed bruikbaar is als covariabele - hetgeen wel de bedoeling was - vanwege het gegeven dat de beide condities op schooltype (tabel 6.1) verschillen en cijfers geen absoluut nulpunt kennen.

TABEL 6.6: HET GEMIDDELDE CIJFER PER KLAS* EN PER DOCENT*

klas	gem.	stdev	N	docent	gem.	stdev	N
1	6.3	.9	19	1	6.3	.9	19
2	7.4	9	29	2	6.6	1.4	52
3	5.4	1.2	23				
4	6.6	.9	28	3	6.6	.9	28
5	6.3	.8	25	4	6.3	.8	25
6	6.7	1.6	28	5	6.9	1.3	57
7	7.0	.9	29				
8	7.4	.9	25	6	7.2	.9	41
9	6.8	.9	16				
10	7.9	.8	25	7	7.9	.8	25
11	6.0	1.2	24	8	6.0	1.2	24
12	5.8	.7	25	9	5.8	.7	25
13	6.8	1.1	21	10	6.8	1.0	43
14	6.8	.8	22				
			339				339

(ontbreken: 31)

*Vier docenten gaven aan 2 klassen les, de overigen aan 1 klas.

Hier geldt dezelfde opmerking als bij tabel 6.5: alleen klassen van dezelfde richting (de MAVO-klassen bijvoorbeeld) zijn op deze variabele 'cijfer' met elkaar te vergelijken.

Scores op de toets Figuren Reeksen (intelligentietoets)

Op de toets Figuren Reeksen kunnen scores behaald worden van 0 (geen enkel item juist) tot 50 (alle items juist). Het totale gemiddelde is 29.55 (stdev = 8.09).

TABEL 6.7: DE GEMIDDELDEN EN STANDAARDDEVIATIES PER CONDITIE OP DE TOETS FIGUREN REEKSEN

	gemidd	stdev	N
experim. conditie	32.47	7.21	187
controleconditie	26.12	8.98	167

Toetsing levert een groot en significant verschil ten gunste van de experimentele conditie op ($t = 7.38$; $p < 0.01$; eta-kwadraat = 0.134).

Er is verschil in intelligentie tussen de condities; 13% van de variantie is hiermee geassocieerd.

TABEL 6.8: DE GEMIDDELDEN OP DE TOETS FIGUREN REEKSEN PER SEKSE CATEGORIE

	gemidd.	stdev	N
jongens	30.90	8.47	168
meisjes	28.18	8.69	186

Het verschil is klein en significant ($t = 2.97$; $p < 0.01$). Meisjes scoren lager op de toets, iets onder het totale gemiddelde, terwijl de jongens daarboven zitten.

TABEL 6.9: DE GEMIDDELDEN OP DE TOETS FIGUREN REEKSEN PER KLAS

	gemidd.	stdev	N
klas 1	34.05	6.38	19
klas 2	35.93	4.42	30
klas 3	27.39	8.30	24
klas 4	29.03	8.29	29
klas 5	29.82	6.77	28
klas 6	35.28	4.31	28
klas 7	35.20	6.56	29
klas 8	27.08	6.60	26
klas 9	20.55	8.36	20
klas 10	29.14	8.90	27
klas 11	30.60	7.65	25
klas 12	31.80	6.33	25
klas 13	23.47	6.95	23
klas 14	17.80	8.70	21
			354

(ontbr.: 16)

De gemiddelden per klas variëren en lopen uiteen van 17,8 (laagste) tot 35,9 (hoogste). In overeenstemming met de gegevens uit tabel 6.7 vallen de hogere gemiddelden in de experimentele conditie op (klassen 1-7). Het gemiddelde van klas 9 ligt ruim 1 standaarddeviatie onder het totale gemiddelde, dat van klas 14 zelfs 1,5 standaarddeviatie.

TABEL 6.10: DE GEMIDDELDEN PER LERAAR

	gemidd.	stdev	N
docent 1	34.05	6.38	19
docent 2	32.22	7.64	54
docent 3	29.03	8.29	29
docent 4	29.82	6.77	28
docent 5	35.24	5.52	57
docent 6	24.17	8.04	46
docent 7	29.14	8.90	27
docent 8	30.60	7.65	25
docent 9	31.80	6.33	25
docent 10	20.83	8.23	44
			354

(ontbr.: 16)

Conclusies:
1. Het is van belang zowel advies van de basisschool als de score op de intelligentietoets als covariabelen in de analyse te betrekken.
2. In de analyses moet voorts rekening worden gehouden met de variabelen sekse, klas en docent.

6.3. Voorbereidende analyses

De scoringscategorieën

De in het project gebruikte toetsen: begintoets, eindtoets en retentietoets bestaan elk uit 8 sommen. Elke som is beoordeeld op 9 categorieën, zoals beschreven in par. 5.3. Kort aangeduid gaat het om de volgende:
- is de opgave aangepakt
- is de uitkomst (antwoord) goed
- zijn termen en begrippen van de opgave begrepen
- is het oplossingsproces zichtbaar
- is er sprake van uitleg van de wijze van oplossen
- zijn heuristische regels gebruikt
- is een tekening/tabel gebruikt
- is de oplossing gecontroleerd
- is er van reflectie sprake op het oplossen.

Elk van de categorieën is volgens een procedure, beschreven in bijlage 6.1, gedichotomiseerd. Uitgezonderd de uitkomst worden de variabelen als procesvariabelen opgevat.
Per klas en per conditie zijn gemiddelden berekend en getoetst op verschil. De klassen zijn genummerd van 1 tot en met 14. De experimentele conditie bestaat uit de klassen 1 tot en met 7; de controleconditie uit 8 tot en met 14.

Steekproefgemiddelden

In tabel 6.11 worden de gemiddelden van de totale groep (experimentele en controleklassen) op de 9 variabelen weergegeven op elk van de 3 toetsen. Het gaat hier om alle leerlingen die op het tijdstip van afname van de desbetreffende toets in de klas aanwezig waren.
Op een aantal variabelen is het gemiddelde erg laag, vooral op heuristieken, uitleg tekening, controle en reflectie (veelal <1). Dit zal gevolgen hebben voor de verdere analyse.

Verschillen tussen klassen en condities: kwalitatief overzicht

Op elk van de 9 variabelen wordt per toets aangegeven of er (significante) verschillen te constateren zijn tussen de 14 klassen en tussen beide condities. 'Niet' betekent dat de gemiddelden tussen de klassen en tussen de condities niet significant van elkaar verschillen; 'wel'

betekent dat gemiddelden wel van elkaar verschillen. De gemiddelden op elk van de 9 variabelen per toets zijn opgenomen in bijlage 6.2.

TABEL 6.11: OVERZICHT VAN DE GEMIDDELDEN OP ALLE TOETSEN EN ALLE VARIABELEN EN VAN ALLE LEERLINGEN

	begintoets	eindtoets	retentietoets
variabele:			
aangepakt	7.54 (1.52)	7.71 (0.76)	7.53 (1.07)
antwoord	2.90 (1.65)	3.75 (1.99)	2.83 (1.62)
begrip	2.75 (1.24)	1.91 (1.21)	1.99 (1.21)
proces	2.67 (1.58)	2.68 (1.48)	2.69 (1.40)
uitleg	1.92 (1.74)	0.61 (1.03)	0.25 (0.64)
heuristieken	0.04 (0.20)	0.04 (0.21)	0.01 (0.12)
tekening	1.31 (1.18)	0.57 (0.74)	0.38 (0.65)
controle	0.15 (0.40)	0.15 (0.41)	0.04 (0.19)
reflectie	0.39 (0.76)	0.40 (0.70)	0.44 (0.68)

(laagst bereikbare score: 0; hoogst bereikbare: 8)

De gemiddelden op de eindtoets- en retentietoetsvariabelen zijn berekend over die leerlingen waarvan zowel een score op de afhankelijke variabele als op de onafhankelijke variabelen klas en conditie alsmede op de variabelen advies basisschool en het aantal antwoorden correct op de begintoets aanwezig was. De verschillen zijn berekend via covariantie-analyse. Voor de begintoetsvariabelen zijn geen covariabelen in de berekening betrokken.

TABEL 6.12: GLOBAAL OVERZICHT VAN VERSCHILLEN IN GEMIDDELDEN PER KLAS EN PER CONDITIE OP DE BEGINTOETS, DE EINDTOETS EN DE RETENTIETOETS MET CORRECTIE VOOR VERSCHILLEN OP DE VARIABELEN ADVIES BASISSCHOOL EN HET AANTAL ANTWOORDEN CORRECT OP DE BEGINTOETS T.A.V. EINDTOETS- EN RETENTIETOETSVARIABELEN

	begintoets		eindtoets		retentietoets	
	klas	cond.	klas	cond.	klas	cond.
aangepakt	niet	niet	niet	niet	wel	niet
antwoord	wel	wel	wel	wel	niet	niet
begrip	wel	wel	wel	wel	niet	wel
proces	wel	wel	niet	niet	wel	wel*
uitleg	wel	wel	wel	niet	wel	niet
heuristieken	wel	wel	niet	niet	niet	niet
tekening	wel	wel	niet	niet	wel	wel
controle	niet	wel	wel	niet	niet	niet
reflectie	wel	wel	wel	niet	wel	wel

*de controleconditie heeft een hoger gemiddelde dan de experimentele conditie

Uit dit globale overzicht kan het volgende worden opgemaakt:

1. Er zijn tussen de experimentele en controleconditie wel verschillen op de variabelen van de begintoets. Er zijn ook verschillen tussen klassen op deze variabelen. Er is bij de berekening géén rekening gehouden met verschillen op andere variabelen.

2. Op de eindtoets zijn er verschillen tussen de beide condities op de variabelen aantal antwoorden correct en begrip, op de overige variabelen niet. Ook hier zijn klaseffecten te constateren.
3. Op de retentietoets is op het aantal antwoorden goed geen verschil tussen de conditie noch tussen de klassen; op de overige variabelen is het beeld gevarieerd.
4. Explicitering van processen of denkstappen komt niet in hoge mate voor. Er is een afname van deze zichtbaarheid op de eindtoets in vergelijking met de begintoets. Deze trend zet zich door op de retentietoets.
5. De retentietoets vertoont ongeveer hetzelfde beeld als het patroon op de eindtoets.

Analyses

In de volgende paragrafen worden analyses weergegeven met betrekking tot de afhankelijke variabelen zoals gemeten met de eindtoets, retentietoets en het leerlingverslag. Telkens zal worden aangegeven om welke variabelen het gaat. Voorafgaand aan de feitelijke analyses wordt een overzicht van de samenhangen tussen de drie toetsen op de prestatievariabele (het aantal antwoorden correct) gegeven.
In de volgende tabel worden de correlaties tussen de antwoorden goed op de drie toetsen weergegeven.

TABEL 6.13: CORRELATIE-COEFFICIENTEN TUSSEN AANTAL GOEDE OPLOSSINGEN OP DE BEGIN-, EIND- EN RETENTIETOETS (RESP. AANGEDUID MET ANTWOORD1, ANTWOORD2 EN ANTWOORD3) BEREKEND OVER DE TOTALE GROEP EN UITGESPLITST PER CONDITIE

	antwoord2	antwoord3
TOTALE GROEP		
antwoord1	.49 (n=335)*	.49 (n=323)
antwoord2		.51 (n=316)
EXPERIMENT.		
antwoord1	.44 (n=174)	.36 (n=173)
antwoord2		.44 (n=172)
CONTROLECOND.		
antwoord1	.35 (n=161)	.57 (n=150)
antwoord2		.44 (n=144)

*alle correlaties zijn significant ($p < .001$)

Belangrijk is de constatering dat de scores op de drie toetsen voldoende samenhang vertonen. De correlatie tussen antwoord1 en antwoord2 is in beide condities van dezelfde orde, hetgeen wijst op parallel lopende regressielijnen. De afwijkende hoge correlatie van .57 tussen antwoord1 en antwoord3 in de controleconditie zou op een interactie-effect kunnen wijzen (maar zie paragraaf 6.4).

Conclusie:
De score op de begintoets lijkt goed bruikbaar als covariabele in de analyses.

De beantwoording van de onderzoeksvragen
In de resterende paragrafen van dit hoofdstuk wordt getracht de gestelde onderzoeksvragen te beantwoorden, zowel die met betrekking tot de effecten als die met betrekking tot de implementatie. Allereerst wordt nagegaan welke eventuele effecten zijn gevonden (paragrafen 6.4 t/m 6.8). Daarna wordt ingegaan op de onderzoeksresultaten met betrekking tot de implementatie van het onderwijsprogramma en de vergelijking met het reguliere onderwijs (paragrafen 6.9 t/m 6.11).

6.4. Resultaten op de eindtoets

Het gaat in deze paragraaf om de volgende hypothesen:
- de experimentele leerlingen scoren hoger op de eindtoets wiskunde dan de leerlingen van de controlegroep;
- het oplossingsgedrag van de leerlingen uit de experimentele groep is meer in overeenstemming met de denkrichtlijnen in het onderwijsprogramma dan dat van de controlegroep-leerlingen.

Alvorens de resultaten te bespreken, eerst het volgende. De prestatievariabelen worden apart van elkaar geanalyseerd vanwege de verschillende wijzen van meten. Bij de prestatievariabele gaat het immers om een goed meetbare variabele: de uitkomst is goed of fout. De procesvariabelen doorlopen echter een minder eenduidige meetprocedure namelijk een beoordeling van de niet altijd complete neerslag van het oplosproces.
Voorts wordt er ten aanzien van de als covariabelen te hanteren variabelen onderscheid gemaakt tussen variabelen met een hoge betrouwbaarheid en variabelen met een voldoende, maar niet hoge betrouwbaarheid. Dit onderscheid wordt gemaakt ten aanzien van die variabelen die in principe benut zouden kunnen worden als covariabelen, te weten 'advies basisschool', 'intelligentie' en 'wiskundig probleemoplossen'. Ook de procesvariabelen uit de begintoetsmeting zouden als covariabelen gehanteerd kunnen worden. Het gaat bij covariantieanalyse om uitspraken omtrent effecten van de volgende vorm:
"onder constanthouding van variabele x is er een significant effect (of niet) te constateren van de conditie."
Dus bijvoorbeeld: "onder constanthouding van intelligentie is het verschil tussen de gemiddelden op de variabele aantal antwoorden goed op de eindtoets van de experimentele leerlingen en de controleleerlingen significant."
Een dergelijke uitspraak vereist een hoge betrouwbaarheid in de meting; deze is voor wat betreft de procesvariabelen (zie par. 5.3, punt 5) weliswaar bevredigend, maar toch niet in die mate dat functioneren als covariabele zinvol is. Als we het hier over betrouwbaarheid

hebben, dan gaat het om de interbeoordelaarsbetrouwbaarheid (zie par. 5.3, punt 5). We moeten hier nog aan toevoegen dat de beoordeling is gebeurd op basis van de schriftelijke uitwerkingen van de opgaven door de leerlingen. Op voorhand kan gesteld worden dat die schriftelijke neerslag kwalitatief in de zin van volledigheid en preciesheid zal variëren van leerling tot leerling. Dit leidt tot het besluit de procesvariabelen niet als covariabelen te benutten.

Gezien het bovenstaande en de al eerder geïntroduceerde covariabelen is ten aanzien van de prestatievariabele de volgende analyse verricht:

*Gemiddelden en standaarddeviaties per conditie:

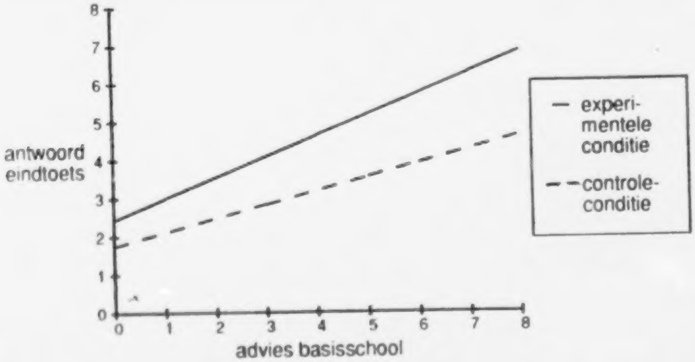
- experimentele conditie:	4.7 (1.7)	N = 157
- controleconditie:	2.6 (1.7)	N = 143

*afhankelijke variabele: antwoord (aantal antwoorden correct)
*onafhankelijke variabele: conditie
*covariabelen: intelligentie, advies basisschool, antwoorden correct op de begintoets.

Opbrengst:
*De variabelen voldoen niet aan de eis van homogeniteit van variantie-covariantie spreiding: Box's M=23.8 (p=.009). De variabele intelligentie voldeed niet aan de eis van gelijke spreiding per conditie.
*N=300.

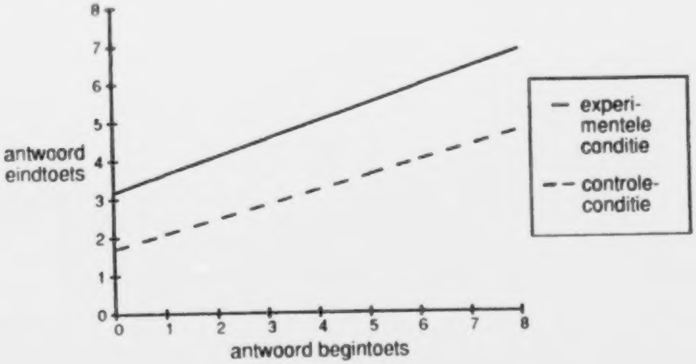
De berekende correlatiecoëfficiënten tussen de afhankelijke variabele enerzijds en elk van de covariabelen anderzijds leidde daarnaast tot het vermoeden van interactie-effecten. Per covariabele werden de regressievergelijkingen opgesteld per conditie en werden regressielijnen in onderstaande figuren 6.1, 6.2 en 6.3 getekend. De berekeningen worden uitgevoerd door steeds slechts 2 variabelen erbij te betrekken. Op deze wijze kan het grootst mogelijke aantal leerlingen erin worden betrokken. Het kan zijn dat als meer variabelen tegelijk in deze berekeningen worden betrokken, de coëfficiënten afwijken. Het is dan immers te verwachten dat door 'ontbrekende waarden' gegevens van minder leerlingen benut kunnen worden bij de berekeningen. Voor de volledigheid zijn hieronder in de tabellen 6.14 en 6.15 ter vergelijking twee overzichten vermeld.

FIGUUR 6.1: REGRESSIE VAN ANTWOORD EINDTOETS OP ADVIES BASISSCHOOL, PER CONDITIE



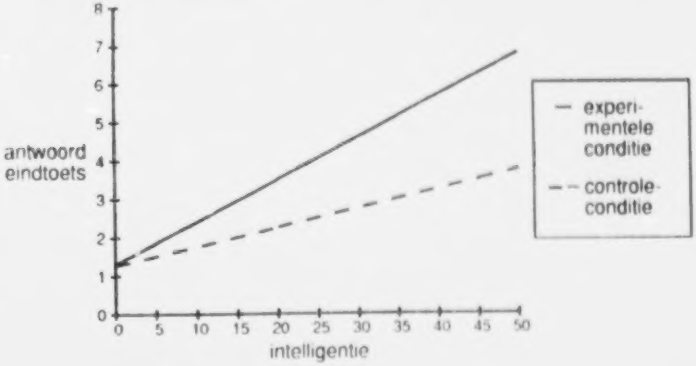
Regressievergelijkingen:
EC: antw eindtoets = 2.45 + .55 adviesb (R= .37)
CC: antw eindtoets = 1.76 + .36 adviesb (R= .24)

FIGUUR 6.2: REGRESSIE VAN ANTWOORD EINDTOETS OP ANTWOORD BEGINTOETS, PER CONDITIE



EC: antw eindtoets = 3.19 + .46 antw begint (R= .44)
CC: antw eindtoets = 1.71 + .38 antw begint (R= .35)

FIGUUR 6.3: REGRESSIE VAN ANTWOORD EINDTOETS OP INTELLIGENTIE, PER CONDITIE



EC: antw eindtoets = 1.32 + .11 intelligentie (R= .45)
CC: antw eindtoets = 1.27 + .05 intelligentie (R= .28)

TABEL 6.14: EINDTOETS. OVERZICHT VAN CORRELATIES TUSSEN DE VARIABELEN ANTWOORD OP DE EINDTOETS, ANTWOORD OP DE BEGINTOETS EN ADVIES BASISSCHOOL, PER CONDITIE. OP DE DIAGONAAL STAAN DE STANDAARD-DEVIATIES

E-conditie n=158	antw2	antw1	adviesb
antw2	1.68		
antw1	0.45	1.6	
adviesb	0.37	0.22	1.13
C-conditie n=150	**antw2**	**antw1**	**adviesb**
antw2	1.69		
antw1	0.38	1.57	
adviesb	0.25	0.38	1.15

Legenda:
E-conditie= experimentele conditie; C-conditie= controle-conditie; antw1= antwoord op de begintoets; antw2= antwoord op de eindtoets; antw3= antwoord op de retentietoets; adviesb= advies van de basisschool; intelligent.= score op de intelligentietoets.

TABEL 6.15: EINDTOETS. OVERZICHT VAN CORRELATIES TUSSEN DE VARIABELEN ANTWOORD OP DE EINDTOETS, ANTWOORD OP DE BEGINTOETS, ADVIES BASISSCHOOL EN INTELLIGENTIE, PER CONDITIE. OP DE DIAGONAAL STAAN DE STANDAARDDEVIATIES

E-conditie n=157	antw2	antw1	adviesb	intelligentie
antw2	1.68			
antw1	0.44	1.6		
adviesb	0.36	0.21	1.14	
intelligent.	0.50	0.45	0.37	7.03
C-conditie n=143	**antw2**	**antw1**	**adviesb**	**intelligentie**
antw2	1.69			
antw1	0.42	1.55		
adviesb	0.24	0.37	1.16	
intelligent.	0.33	0.34	0.33	8.88

Legenda:
E-conditie= experimentele conditie; C-conditie= controle conditie; antw1= antwoord op de begintoets; antw2= antwoord op de eindtoets; antw3= antwoord op de retentietoets; adviesb= advies van de basisschool; intelligent.= score op de intelligentietoets.

Met betrekking tot de covariabelen 'aantal antwoorden correct begintoets' en 'advies basisschool' zijn de regressielijnen als voldoende parallel lopend te beschouwen. Met betrekking tot de variabele intelligentie levert toetsing, hoewel de figuur anders doet vermoeden, geen significant interactie-effect op (in paragraaf 6.6 wordt hier verder op ingegaan).
Er bleek een nieuw toetsdesign nodig zonder de variabele intelligentie.

•Gemiddelden en standdaarddeviaties per conditie:
- experimentele conditie: 4.7 (1.7) N = 158
- controleconditie: 2.7 (1.7) N = 150

•afhankelijke variabele: antwoord (aantal antwoorden correct)
•onafhankelijke variabele: conditie
•covariabelen: advies basisschool, antwoorden correct op de begintoets.
Dit leidde tot de volgende opbrengst:
•De variabelen voldoen aan de eis van homogeniteit van variantie-covariantie spreiding: Box's M=7.1 (p=.317) en eveneens aan de eis van homogene spreiding per conditie.
•N=308
•effect covariabelen: p< .00
•effect conditie: p= 0.04
•interactie-effecten: n.s.
•Gecorrigeerde gemiddelden per conditie
- experimentele conditie: 4.4
- controleconditie: 3.1

De berekening van de effectgrootte (*zie noot 6.1*) leverde het volgende op: Effectgrootte = (4.377 - 3.166) / 1.5059 = .8042.

Conclusie:
De experimentele leerlingen behaalden meer goede antwoorden op de eindtoets dan de controle-leerlingen.
In deze conclusies is het aanvangsverschil op de vaardigheid in het oplossen van opgaven, zoals gemeten met het aantal antwoorden goed op de begintoets, verdisconteerd. Eveneens is het niveauverschil, gemeten met het advies van de basisschool voor een schooltype, in de berekeningen verwerkt. Er is hier sprake van een sterk effect.

Resultaten met betrekking tot de procesvariabelen
Met de procesvariabelen (zie voor een beschrijving par. 5.3, punt 5) werd beoogd na te gaan in hoeverre een repertoire van aanpakactiviteiten werd verworven. Het oplosproces werd hiertoe uiteengelegd in 8 variabelen. Uit de score-resultaten blijkt dat de gemiddelden op deze procesvariabelen (behalve aangepakt) laag zijn. Eveneens zijn de spreidingen erg groot (zie voor overzicht bijlage 6.2). Besloten werd daarom variabelen bij elkaar te nemen die inhoudelijk bij elkaar hoorden. De volgende clustering werd gemaakt. De variabelen die betrekking hebben op het begrijpen van de opgave zijn tezamen genomen (het gaat om de variabelen begrip en proces).
Ook de beide variabelen die wijzen op gebruik van heuristieken worden tot een variabele samengevoegd.
Tenslotte zijn de 3 variabelen die betrekking hebben op reflectie, t.w. uitleg, controleren van de oplossing en reflectie, tezamen genomen.
De variabele aangepakt blijft hier verder buiten beschouwing.

Een overzicht van de gemiddelden en standaarddeviaties op de eindtoets geven de volgende tabellen.

TABEL 6.16: OVERZICHT VAN GEMIDDELDEN EN STANDAARDDEVIATIES, PER CONDITIE, OP 3 SAMENGESTELDE PROCESVARIABELEN

	gem.	sd.	N
BEGRIJPEN/eindtoets			
experimentele conditie	4.5	1.1	183
controleconditie	4.7	1.6	169
HEURISTIEKEN/eindtoets			
experimentele conditie	0.8	0.9	183
controleconditie	0.4	0.7	169
REFLECTEREN/eindtoets			
experimentele conditie	1.4	1.3	183
controleconditie	0.9	1.2	169

Alleen met betrekking tot de procesvariabelen heuristieken en reflecteren zijn substantiële verschillen te constateren; in beide gevallen een verschil van ongeveer een halve standaarddeviatie.

De correlatie met een drietal variabelen die kunnen fungeren als covariabele in de voorgenomen covariantie-analyse (en die in voorgaande analyses ook als zodanig zijn gebruikt) zijn vermeld in de volgende tabel.

TABEL 6.17: CORRELATIE TUSSEN DRIE PROCESVARIABELEN EN DRIE COVARIABELEN

	covariabelen		
	adviesb	intellig.	antwoord1
Procesvariabelen:			
BEGRIJPEN/eindtoets (N=300)	.09 p=.07	-.01 p=.42	-.02 p=.37
HEURISTIEKEN/eindtoets (N=300)	.26 p=.00	.17 p=.00	.19 p=.02
REFLECTEREN/eindtoets (N=300)	.10 p=.04	.08 p=.09	.10 p=.04

Gezien deze correlatiecoëfficiënten en de vermelde gemiddelden zouden de volgende covariantie-analyses zinvol kunnen zijn:
- analyse van heuristieken met covariabelen 'advies basisschool', 'intelligentie' en 'aantal antwoorden goed op de begintoets';
- analyse van reflecteren met covariabelen 'advies basisschool' en 'begintoets'.

In deze gevallen zijn de correlatiecoëfficiënten tussen de afhankelijke variabelen en de beoogde covariabelen significant, zij het dat ze in alle gevallen niet erg hoog zijn.
Onderzoek naar de voorwaarden voor covariantie-analyse leerde dat alleen een analyse van reflecteren met covariabele 'advies basisschool' zinvol is omdat in alle andere gevallen niet voldaan werd aan de voorwaarde van homogene varianties.

De covariantie-analyse met betrekking tot reflecteren op de eindtoets werd als volgt uitgevoerd:

•Gemiddelden en standaarddeviaties per conditie:

- experimentele conditie:	1.39	(1.33)	N = 158
- controleconditie:	0.93	(1.27)	N = 150

•afhankelijke variabele: reflecteren
•onafhankelijke variabele: conditie
•covariabelen: advies basisschool
Opbrengst:
•Box's M = 8.60 (p = 0.04) hetgeen inhoudt dat aan de eis homogeniteit van variantie-covariantie spreiding ternauwernood voldaan wordt.
•N = 308
•effect covariabelen: p = 0.95
•effect conditie: p = 0.02

*Gecorrigeerde gemiddelde per conditie
- experimentele conditie: 1.38
- controleconditie: 0.94

Conclusie:
Onder constanthouding van de variabele advies van de basisschool is het gemiddelde van de leerlingen in de experimentele conditie groter dan die van de controlegroep-leerlingen. Dit betekent dat de experimentele leerlingen van meer reflectie blijk gaven dan de controleleerlingen.

Ten aanzien van de overige variabelen diende een andere wijze van toetsing gehanteerd te worden. Gekozen werd voor de Mann-Whitney-toets. Aan toetsing van verschillen tussen groepen worden minder strenge voorwaarden gesteld, meting op een ordinale schaal is voldoende. De opbrengst van deze wijze van toetsing is als volgt:

Met betrekking tot begrijpen:
de nulhypothese dat beide conditie-groepen dezelfde mediaan hebben, kan worden aanvaard ($p=.7$; $Ne=183$ en $Nc=169$).

Met betrekking tot heuristieken:
de nulhypothese dat beide conditie-groepen dezelfde mediaan hebben, moet worden verworpen ($p=.00$; $Ne=183$ en $Nc=169$).
Dit betekent dat de experimentele leerlingen er blijk van gaven meer heuristische regels te hanteren dan de controleleerlingen. Hierbij moet worden aangetekend dat de gemiddelden in beide groepen laag zijn.

6.5. Resultaten op de retentietoets

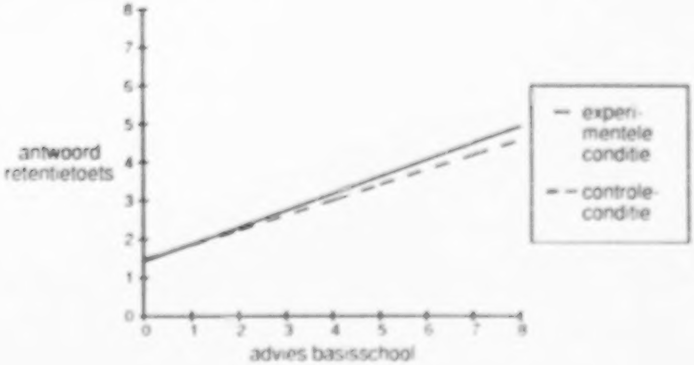
Het gaat in deze paragraaf om de volgende hypothesen:
- de experimentele groep leerlingen scoort hoger op de retentietoets wiskunde dan de controlegroep-leerlingen;
- het oplossingsgedrag van de leerlingen uit de experimentele groep is meer in overeenstemming met de denkrichtlijnen in het onderwijsprogramma dan dat van de controlegroepleerlingen.

Voor de retentietoets gelden ten aanzien van het onderscheid prestatievariabele en procesvariabelen alsmede ten aanzien van de covariabelen dezelfde overwegingen als bij de eindtoets. Ook hier zal een onderscheid gemaakt worden en zal een aparte analyse voor elk van beide soorten variabelen worden gepresenteerd.

In het meest gewenste toetsdesign (afhankelijke variabelen: aantal antwoorden correct; onafhankelijke variabele: conditie; covariabelen: intelligentie, advies basisschool, aantal antwoorden correct begintoets) bleek dat de variabele intelligentie niet voldeed aan de voorwaarde dat

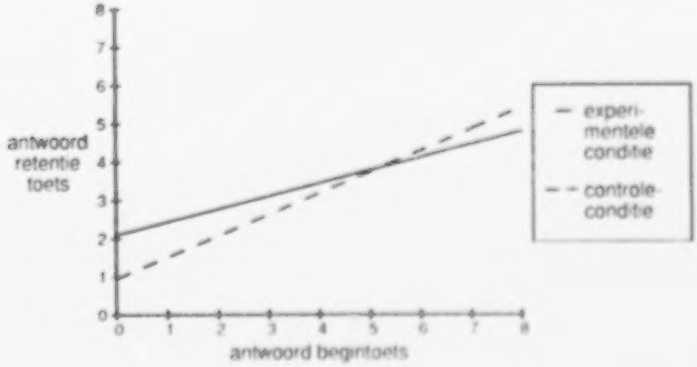
in beide conditie-groepen de variantie van deze variabele gelijk dient te zijn.
Onderzoek naar de voorwaarde van parallelle regressielijnen gaf ten aanzien van de covariabelen de uitkomsten zoals weergegeven in de figuren 6.4, 6.5 en 6.6. Ook ten aanzien van de retentietoets werden de regressielijnen berekend door steeds slechts 2 variabelen erbij te betrekken. Op deze wijze kan ook hier het grootst mogelijke aantal leerlingen erin worden betrokken. En ook hier worden voor de volledigheid hieronder in de tabellen 6.18 en 6.19 ter vergelijking twee overzichten vermeld.

FIGUUR 6.4: REGRESSIE VAN ANTWOORD RETENTIETOETS OP ADVIES BASISSCHOOL, PER CONDITIE



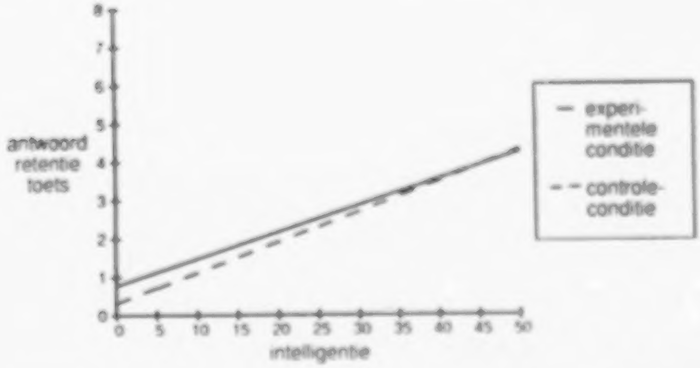
EC: antw retentietoets = 1.44 + .44 adviesb (R = .32)
CC: antw retentietoets = 1.48 + .39 adviesb (R = .29)

FIGUUR 6.5: REGRESSIE VAN ANTWOORD RETENTIETOETS OP ANTWOORD BEGINTOETS, PER CONDITIE



EC: antw retentietoets = 2.1 + .34 antw begint (R = .36)
CC: antw retentietoets = .96 + .56 antw begint (R = .57)

FIGUUR 6.6: REGRESSIE VAN ANTWOORD RETENTIETOETS OP INTELLIGENTIE, PER CONDITIE



EC: antw retentietoets = .78 + .07 intelligentie (R= .33)
CC: antw retentietoets = .32 + .08 intelligentie (R= .44)

TABEL 6.18: RETENTIETOETS. OVERZICHT VAN CORRELATIES TUSSEN DE VARIABELEN ANTWOORD OP DE RETENTIETOETS, ANTWOORD OP DE BEGINTOETS EN ADVIES BASISSCHOOL, PER CONDITIE. OP DE DIAGONAAL STAAN DE STANDAARDDEVIATIES

E-conditie n=158	antw3	antw1	adviesb
antw3	1.55		
antw1	0.35	1.6	
adviesb	0.33	0.21	1.15
C-conditie n=142	antw3	antw1	adviesb
antw3	1.57		
antw1	0.56	1.6	
adviesb	0.29	0.44	1.16

Legenda:
E-conditie= experimentele conditie; C conditie= controle-conditie; antw1= antwoord op de begintoets; antw2=antwoord op de eindtoets; antw3=antwoord op de retentietoets; adviesb= advies van de basisschool; intelligent.= score op de intelligentietoets.

TABEL 6.19: RETENTIETOETS. OVERZICHT VAN CORRELATIES TUSSEN DE VARIABELEN ANTWOORD OP DE RETENTIETOETS, ANTWOORD OP DE BEGINTOETS, ADVIES BASISSCHOOL EN INTELLIGENTIE, PER CONDITIE. OP DE DIAGONAAL STAAN DE STANDAARDDEVIATIES

E-conditie n=158	antw3	antw1	adviesb	intelligentie
antw3	1.55			
antw1	0.35	1.6		
adviesb	0.33	0.21	1.15	
intelligent.	0.32	0.41	0.38	6.66
C-conditie n=134	**antw3**	**antw1**	**adviesb**	**intelligentie**
antw3	1.58			
antw1	0.56	1.6		
adviesb	0.28	0.42	1.16	
intelligent.	0.43	0.39	0.37	8.77

Legenda:
E-conditie= experimentele conditie; C-conditie= controle conditie; antw1= antwoord op de begintoets; antw2=antwoord op de eindtoets; antw3=antwoord op de retentietoets; adviesb= advies van de basisschool; intelligent.= score op de intelligentietoets.

Conclusie:
Alle drie variabelen voldoen aan de eis van parallelliteit van regressielijnen van beide condities. Vanwege de ongelijke varianties van intelligentie in de beide condities werd het volgende toetsdesign zonder de covariabele intelligentie gehanteerd:
•Gemiddelden en standaarddeviaties per conditie:
- experimentele conditie: 3.3 (1.5) N=158
- controleconditie: 2.5 (1.6) N=142
•afhankelijke variabele: antwoord (aantal antwoorden correct)
•onafhankelijke variabele: conditie
•covariabelen: advies basisschool, antwoorden correct op de begintoets.
Opbrengst:
•N=284
•De variabelen voldoen aan de eis van homogeniteit van variantie-covariantie spreiding: Box's M=13.3 (p=.04) en eveneens aan de eis van homogene spreiding per conditie.
•effect covariabelen: p< .00
•effect conditie: p=.58
•interactie-effecten: n.s.
•Gecorrigeerde gemiddelden per conditie
- experimentele conditie: 3.0
- controleconditie: 2.9
De berekening van de effectgrootte (*zie noot 6.2*) leverde het volgende op: effectgrootte = (2.939 - 2.831) / 1.3970 = .0773.

Conclusie:
Onder constanthouding van de variabelen advies basisschool en het aantal antwoorden correct op de begintoets blijkt dat de beide condi-

ties niet verschillen op het aantal antwoorden correct op de retentietoets. Er is hier sprake van een te verwaarlozen effect.

Analyse van de procesvariabelen

Analoog aan de constructie van de drie procesvariabelen met betrekking tot de eindtoets werden eveneens met betrekking tot de retentietoets dezelfde procesvariabelen geconstrueerd. Een overzicht van de gemiddelden en standaarddeviaties van deze procesvariabelen op de retentietoets geven de volgende tabellen.

TABEL 6.20: OVERZICHT VAN GEMIDDELDEN EN STANDAARDDEVIATIES, PER CONDITIE, OP 3 SAMENGESTELDE PROCESVARIABELEN

	gem.	sd.	N
BEGRIJPEN/retentietoets			
experimentele conditie	4.5	1.1	183
controleconditie	4.7	1.6	168
HEURISTIEKEN/retentietoets			
experimentele conditie	0.6	0.8	183
controleconditie	0.2	0.4	168
REFLECTEREN/retentietoets			
experimentele conditie	1.1	1.2	183
controleconditie	0.3	0.7	168

Hetzelfde beeld als bij de eindtoets kan hier geconstateerd worden, nl. alleen substantiële verschillen tussen de condities bij de procesvariabelen heuristieken en reflecteren.

De correlatie met een drietal variabelen die kunnen fungeren als covariabele in de voorgenomen covariantie-analyse zijn vermeld in de volgende tabel.

TABEL 6.21: CORRELATIE TUSSEN DRIE PROCESVARIABELEN EN DRIE COVARIABELEN

	adviesb	intellig.	antwoord1
BEGRIJPEN/retentietoets (N=292)	.01 p=.44	.06 p=.16	.09 p=.06
HEURISTIEKEN/retentietoets (N=292)	.17 p=.00	.19 p=.00	.15 p=.01
REFLECTEREN/retentietoets (N=292)	.27 p=.00	.15 p=.00	.07 p=.11

Gezien de voorgaande gemiddelden en de hier vermelde correlatiecoëfficiënten is nader onderzoek naar de voorwaarden voor een covariantie-analyse ten aanzien van beide variabelen heuristieken en

reflecteren zinvol, zij het dat de coëfficiënten alle niet erg hoog zijn. Uit dit voorwaardenonderzoek blijkt dat in beide gevallen niet aan de voorwaarde van homogene spreiding van de variantie van de afhankelijke variabele wordt voldaan.

Ten aanzien van alle drie variabelen diende derhalve een andere wijze van toetsing gehanteerd te worden. Gekozen werd (evenals bij de eindtoets) voor de Mann-Whitney-toets. De opbrengst van deze wijze van toetsing is als volgt:

Met betrekking tot begrijpen:
de nulhypothese dat beide conditie-groepen dezelfde mediaan hebben, moet worden verworpen (p=.05; Ne=183 en Nc=168). Dit betekent dat de controleleerlingen meer begrip toonden ten aanzien van de opgaven dan de experimentele leerlingen.

Met betrekking tot heuristieken:
de nulhypothese dat beide conditie-groepen dezelfde mediaan hebben, moet worden verworpen (p=.00; Ne=183 en Nc=168), hetgeen betekent dat experimentele leerlingen er blijk van gaven meer heuristische regels te gebruiken dan de controleleerlingen.

Met betrekking tot reflecteren:
de nulhypothese dat beide condities dezelfde mediaan hebben, moet worden verworpen (p=.00). Dit houdt in dat de experimentele leerlingen meer reflectie vertoonden dan de controlegroep-leerlingen.

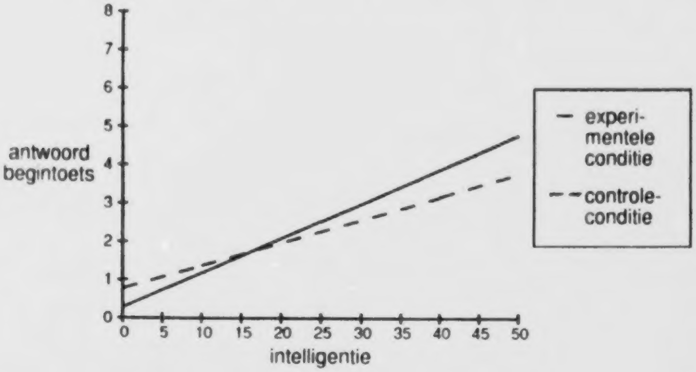
6.6. Aanvullende analyses

De variabele intelligentie
Uit de beginsituatiemeting blijkt dat de experimentele groep en de controlegroep significant van elkaar verschillen op de scores op de intelligentietoets: de experimentele groep heeft een hoger gemiddelde.
Uit de voorgaande analyses blijkt dat deze variabele niet als covariabele gehanteerd kan worden. De reden hiervoor is dat de variabele intelligentie in de experimentele conditie een veel kleinere spreiding heeft dan in de controlegroep (zie tabel 6.7). Uit berekeningen van mogelijke interactie-effecten bleek dat, hoewel de plaatjes van de regressielijnen anders deden vermoeden, de variabele intelligentie niet significant interacteerde met conditie. Ook ten aanzien van de begintoets is dit niet het geval (figuur 6.7).

Conclusies
Met betrekking tot de eindtoets kan een tendens waargenomen worden dat intelligentere leerlingen meer zouden profiteren van het experimentele onderwijsleerprogramma dan de controlegroep-leerlingen van het reguliere onderwijs. Dit is echter niet meer dan een trend, daar

het interactie-effect niet significant is. Wel kan opgemerkt worden dat deze tendens aanzienlijk is afgezwakt als gekeken wordt naar de gegevens op de retentietoets.

FIGUUR 6.7: REGRESSIE VAN ANTWOORD BEGINTOETS OP INTELLIGENTIE, PER CONDITIE



EC: antw begintoets = .29 + .09 intelligentie (R= .42)
CC: antw begintoets = .78 + .06 intelligentie (R= .36)

De variabele sekse

In het volgende wordt nagegaan in hoeverre relaties tussen variabelen en de variabele sekse in elk van de condities verschillen. Allereerst worden nagegaan de correlaties met de afhankelijke variabelen en de covariabelen.

TABEL 6.22: CORRELATIECOEFFICIENTEN TUSSEN DE VARIABELE SEKSE EN ENKELE COVARIABELEN EN AFHANKELIJKE VARIABELEN, MET EEN AANDUIDING VAN HET SIGNIFICANTIENIVEAU (P) EN HET AANTAL LEERLINGEN (N), PER CONDITIE

	exp. conditie			controleconditie		
ANTW./begintoets	-.17	p=.008	n=190	-.32	p=.000	n=174
ANTW./eindtoets	-.22	p=.002	n=172	-.31	p=.000	n=156
ANTW./retentietoets	-.25	p=.000	n=172	-.21	p=.006	n=145
advies basisschool	.02	p=.4	n=172	-.28	p=.000	n=163
intelligentie	-.19	p=.005	n=187	-.13	p=.046	n=167

We constateren dat in de controleconditie verbanden sterker zijn, hoewel de coëfficiënten alle niet erg hoog zijn (maar wel significant, p<.00). De correlaties kunnen zo worden geïnterpreteerd dat mannelijke leerlingen wat hoger scoren op de drie toetsen dan de vrouwelijke.

Multivariate analyse waarbij naast conditie, sekse als onafhankelijke variabele wordt ingevoerd, met als afhankelijke variabelen antwoord en covariabelen antwoordbegin en adviesb levert het volgende op met betrekking tot de eindtoets:

*Gemiddelden en standaarddeviaties per conditie en sekse
- experimentele conditie:

jongens	5.0 (1.7)	N=75
meisjes	4.5 (1.6)	N=82

- controleconditie:

jongens	3.3 (1.7)	N=62
meisjes	2.1 (1.5)	N=84

*afhankelijke variabele: antwoord eindtoets
*onafhankelijke variabele: conditie en sekse
*covariabelen: advies basisschool, antwoorden correct op de begintoets.
Opbrengst:
*N=303
*De variabelen voldoen aan de eis van homogeniteit van variantie-covariantie spreiding: Box's M=27.5 (p=.08) en eveneens aan de eis van homogene spreiding per conditie.
effect covariabelen: p=.00
effect conditie: p=.00
effect sekse: p=.01
interactie-effect conditie met sekse: p=.51.
*gecorrigeerde gemiddelden
- experimentele conditie:

jongens	4.5
meisjes	4.2

- controleconditie:

jongens	3.4
meisjes	2.8

Conclusie:
Er is een tendens dat er met betrekking tot de prestatiescore (antwoord) op de eindtoets een effect is van de variabele sekse (jongens doen het beter dan meisjes op de prestatiescore). Er kon geen interactie-effect tussen conditie en sekse worden vastgesteld.
Dezelfde analyse werd gevolgd ten aanzien van de retentietoets en de variabele aantal antwoorden goed:

*Gemiddelden en standaarddeviaties per conditie en sekse
- experimentele conditie:

jongens	3.7 (1.6)	N=74
meisjes	2.9 (1.4)	N=84

- controleconditie:

jongens	2.9 (1.5)	N=62
meisjes	2.1 (1.6)	N=75

*afhankelijke variabele: antwoord retentietoets

•onafhankelijke variabele: conditie en sekse
•covariabelen: advies basisschool, antwoorden correct op de begintoets.
Opbrengst:
•N=295
•De variabelen voldoen aan de eis van homogene spreiding per conditie, maar niet aan de eis van homogeniteit van variantie-covariantie spreiding (Box's M=33.8; p=.016).
effect covariabelen: p=.00
effect conditie: p=.341
effect sekse: p=.0
interactie-effect conditie met sekse: p=.748.
•gecorrigeerde gemiddelden:
- experimentele conditie:

jongens	3.2
meisjes	2.7

- controleconditie:

jongens	2.9
meisjes	2.7

Conclusie:
Er is een tendens dat met betrekking tot de prestatiescore (antwoord) er een effect is van de variabele sekse (jongens doen het beter dan meisjes op de prestatiescore). Er kon echter geen interactie-effect tussen conditie en sekse worden vastgesteld.
Tenslotte zijn de procesvariabelen begrijpen, heuristieken en reflecteren gerelateerd aan de factor sekse. Met behulp van variantie-analyse en rekening houdend met de covariabelen adviesb en antwoord, werd nagegaan of sekse ertoe doet op deze procesvariabele en of er sprake is van een interactie-effect. Het volgende overzichtsschema geeft het resultaat.

SCHEMA 6.1: OVERZICHT VAN OVERSCHRIJDINGSKANSEN M.B.T. TOETSING VAN HOOFD- EN INTERACTIE-EFFECT VAN SEKSE EN CONDITIE

	eindtoets	retentietoets
Hoofdeffect SEKSE		
Begrijpen	p=.02	.19
Heuristieken	.24	.51
Reflecteren	.39	.18
Interactie effect SEKSE CONDITIE		
Begrijpen	.07	.16
Heuristieken	.49	.24
Reflecteren	.40	.61

Het overzicht laat zien dat er alleen ten aanzien van begrijpen bij de eindtoets sprake is van een sekse-effect, terwijl er tevens een bijna significant interactie-effect te constateren is.

Jongens, vooral jongens in de controleconditie, scoren hoger dan meisjes, zoals het volgende tabelletje laat zien:

TABEL 6.23: GEMIDDELDEN OP DE VARIABELE BEGRIJPEN, PER CONDITIE EN SEKSE

	jongens	meisjes
experimentele conditie	4.5	4.4
controleconditie	5.1	4.5

Conclusie:
Ten aanzien van de procesvariabelen is sekse geen sterk beïnvloedende factor.

6.7. Leerlingverslag

De volgende hypothese staat in deze paragraaf centraal:
- de experimentele leerlingen geven op het leerlingverslag meer verwachte effecten aan dan de controlegroep-leerlingen.

Het leerlingverslag bestaat uit 36 items die mogelijke leereffecten van het aangeboden onderwijs weergeven. De eerste 17 hiervan hebben de vorm 'ik heb geleerd dat.....', de overige hebben de vorm 'ik heb ervaren dat.....'.

I.
Allereerst is nagegaan in hoeverre de items hetzelfde oordeel weerspiegelen over vaardigheden die te maken zouden moeten hebben met effecten van wiskunde-onderwijs, zoals beoogd met het experimentele onderwijsprogramma. Hiertoe zijn alpha-coëfficiënten berekend, over de 'geleerd-items', de 'ervaren-items' en alle items tezamen. Twee items bleken minder dan .20 te correleren met de overige items, nl. het item 1: 'Ik heb geleerd bij een probleem een verhaaltje te verzinnen' (r=.19) en item 26: 'Ik heb ervaren dat ik bij het maken van een opgave niets heb aan tips van anderen' (r=0.0).
In de volgende tabel wordt een overzicht gegeven van de alpha-coëfficiënten voor en na verwijdering van de 2 items.

TABEL 6.24: OVERZICHT VAN ALPHA-COEFFICIENTEN VAN HET INSTRUMENT LEERLING-VERSLAG

	geleerd	ervaren	totaal
voor verwijdering	.78	.80	.87
na verwijdering	.78	.81	.87

Verwijdering van items draagt nauwelijks bij aan de verhoging van de interne consistentie. Besloten werd alleen item 26 gezien de zeer lage item-rest correlatie niet in de berekeningen mee te nemen.
De interne consistentie van de leerlingeffectenlijst is bevredigend. Dit betekent dat de items samenhang vertonen; gezien de inhoud van de items (zie tabel 6.25) kan gesproken worden van meting van oordelen over probleemoplossingsvaardigheid met betrekking tot wiskundige opgaven. Interessanter echter dan een algemene score op dit oordeel is een analyse per item; deze geeft meer precieze informatie over het soort effecten dat al of niet aan het onderwijsprogramma kan worden toegeschreven, gezien het oordeel van de leerlingen en optredende verschillen tussen de beide condities. Het gaat immers om de vraag in hoeverre de experimentele leerlingen méér verwachte effecten aangeven dan de controleleerlingen.

II.
In het volgende wordt een vergelijking getrokken tussen de scores van de leerlingen uit de experimentele conditie (conditie 1) en de controleconditie (conditie 2). Hiertoe is per item het rekenkundig gemiddelde berekend van de experimentele en van de controleconditie en getoetst op relevantie van verschil (t-toets, tweezijdig).
Per item is een schaal gehanteerd van 1-5, waarbij 1 aangeeft dat men het er zeer mee eens is dan wel dat men het geformuleerde zeer vaak ervaren heeft; dus hoe lager het gemiddelde, hoe meer het effect in de gewenste richting ligt. Een totaaloverzicht is opgenomen in tabel 6.25.

TABEL 6.25: OVERZICHT VAN GEMIDDELDEN, STANDAARDDEVIATIES PER ITEM PER CONDITIE, WAARBIJ COND.1=EXPERIMENTELE CONDITIE, COND.2=CONTROLE CONDITIE EN N.S.=NIET SIGNIFICANT, p>0.05

(1) items	(2) cond.1	(3) cond.2	(4) verschil
1. Ik heb geleerd bij een probleem een verhaaltje te verzinnen.	3.2 (1.1)	3.4 (1.0)	n.s.
2. Ik heb geleerd eerst na te denken voor ik de opgave ga aanpakken.	1.8 (.7)	1.9 (.9)	n.s.
3. Ik heb geleerd om na de oplossing het antwoord te controleren.	2.0 (.8)	2.0 (.8)	n.s.
4. Ik heb geleerd bij een opgave terug te denken hoe ik het heb opgelost.	2.6 (.9)	2.4 (1.0)	n.s.
5. Ik heb geleerd terug te denken aan wat ik vroeger heb geleerd voor ik een opgave ga aanpakken.	2.5 (1.0)	2.5 (1.0)	n.s.
6. Ik heb geleerd dat een tabel maken me helpt bij het maken van sommige opgaven.	2.1 (.9)	2.3 (.9)	n.s.
7. Ik heb geleerd dat als ik een woord niet weet, ik het kan opzoeken in het boek.	2.5 (1.1)	2.2 (.9)	p=0.004
8. Ik heb geleerd eerst te bedenken waarom ik niet meer verder kan alvorens aan de leraar hulp te vragen.	2.4 (.9)	2.3 (1.0)	n.s.
9. Ik heb geleerd om bij opgaven eerst het verhaaltje goed te lezen.	1.7 (.7)	1.7 (.6)	n.s.
10. Ik heb geleerd me af te vragen bij het maken van een opgave of ik zo'n soort opgave wel eens eerder heb gemaakt.	2.2 (.9) (eta-kwadraat = 0.08)	2.8 (1.1)	p=<0.00
11. Ik heb geleerd om overzichtelijk te werken.	2.0 (.9)	2.0 (.9)	n.s.
12. Ik heb geleerd om bij het maken van opgaven uit te leggen waarom ik bepaalde berekeningen maak.	2.0 (.9) (eta kwadraat = 0.08)	2.6 (1.0)	p=<0.00
13. Ik heb geleerd om bij meetkunde opgaven alles wat ik weet in de tekening erbij te schrijven.	2.2 (1.0)	2.6 (1.0)	p=0.001
14. Ik heb geleerd om regels te gebruiken die ik ken.	2.1 (.9)	1.8 (.6)	p=0.003
15. Ik heb geleerd om de gegevens van een opgave goed op een rij te zetten.	2.24 (.9)	2.24 (.9)	n.s.
16. Ik heb geleerd als ik vastloop eerst een vraag te bedenken voordat ik de leraar erbij roep.	2.7 (1.0)	2.7 (1.1)	n.s.
17. Ik heb geleerd eerst te bedenken waarom ik niet meer verder kan alvorens aan een medeleerling hulp te vragen.	2.6 (.9)	2.7 (1.0)	n.s.
18. Ik heb ervaren dat het me helpt bij wiskunde-problemen voorbeelden te zoeken.	2.9 (.8)	2.7 (.9)	n.s.
19. Ik heb ervaren dat een tekening helpt bij het oplossen van een opgave.	2.3 (.8)	2.7 (1.0)	p=0.007
20. Ik heb ervaren dat ik na het vinden van een oplossing een snellere aanpak zie.	2.7 (.9)	2.4 (.8)	p=0.015
21. Ik heb ervaren dat het me helpt een wiskunde-opgave eerst op te splitsen in grote deel-problemen alvorens elk probleem aan te pakken.	3.4 (1.0)	3.3 (1.0)	n.s.
22. Ik heb ervaren als ik nieuwe problemen tegen kom, dat het me helpt de leerstof die ik vroeger geleerd heb weer terug te halen.	2.8 (1.0)	2.6 (.9)	n.s.

BEST COPY AVAILABLE

Vervolg tabel 6.25:

(1) items	(2) cond.1	(3) cond.2	(4) verschil
23. Ik heb ervaren dat het handig is voordat ik de opgave ga aanpakken na te gaan of ik alle begrippen begrijp.	2.6 (1.0)	2.6 (1.0)	n.s.
24. Ik heb ervaren dat het helpt met andere leerlingen te praten over de manier waarop problemen opgelost kunnen worden.	2.6 (1.1) (eta kwadraat = 0.03)	2.9 (1.1)	p=0.003
25. Ik heb ervaren dat het doorlezen van oude tips me helpt bij het maken van nieuwe opgaven.	2.6 (.9)	2.7 (1.0)	n.s.
27. Ik heb ervaren dat het me bij het maken van een opgave helpt mezelf eerst af te vragen of ik zo'n soort opgave wel eens eerder gemaakt heb.	2.7 (1.0)	3.0 (1.0)	p=0.008
28. Ik heb ervaren dat het me helpt als ik een opgave niet snap om de opgave nog eens helemaal goed door te lezen.	2.1 (1.0)	2.0 (1.0)	n.s.
29. Ik heb ervaren dat het me bij het maken van een opgavehelpt een tip te krijgen.	2.4 (.8)	2.4 (.9)	n.s.
30. Ik heb ervaren dat het me helpt een verhaaltje te bedenken om de opgave aan tepakken.	3.4 (1.0) (eta kwadraat = 0.01)	3.7 (1.0)	p=0.05
31. Ik heb ervaren dat het helpt als ik bij opgaven eerst een schets maak.	3.0 (1.0) (eta kwadraat = 0.04)	3.4 (1.0)	p=0.001
32. Ik heb ervaren dat ik bij opgaven een tip kan bedenken waarmee ik iemand kan helpen zonder meteen het antwoord te verklappen.	3.2 (1.0)	3.3 (1.0)	n.s.
33. Ik heb ervaren als ik een opgave niet kan oplossen dat het handig is een vraag te bedenken die zou kunnen helpen.	3.2 (1.0)	3.2 (.9)	n.s.
34. Ik heb ervaren dat het me helpt om moeilijke woorden en termen op te zoeken en bij elkaar te zetten.	3.3 (1.0)	3.2 (1.1)	n.s.
35. Ik heb bij meetkunde opgaven ervaren dat het me helpt als ik de tekening draai.	3.0 (1.0) (eta kwadraat = 0.02)	3.3 (1.1)	p=0.02
36. Ik heb ervaren dat ik na het vinden van een oplossing een andere aanpak zie.	3.0 (.9)	3.0 (.9)	n.s.

Uit deze tabel kunnen we het volgende opmaken:

1. Met de 'geleerd'-items zijn de leerlingen het overwegend eens. Bij de 'ervaren'-items wordt in ongeveer de helft de categorie 'soms' aangegeven; bij de overige items liggen de gemiddelde scores tussen de categorie 'vaak' en 'soms' in.

2. Van de 17 items van de vorm 'geleerd' leveren 5 items een significant verschil (t-toets; $p < .05$) op tussen de experimentele en controlegroep (31%). Bij drie daarvan ligt het verschil in de verwachte richting, nl. een lager gemiddelde bij de experimentele groep. Het gaat om de volgende:
   - L10. Ik heb geleerd me af te vragen bij het maken van een opgave of ik zo'n soort opgave wel eens eerder gemaakt heb.
   - L12. Ik heb geleerd om bij het maken van opgave uit te leggen waarom ik bepaalde berekeningen maak.

L13. Ik heb geleerd om bij meetkundeopgaven alles wat ik weet in de tekening erbij te schrijven.
Bij deze items ligt het gemiddelde oordeel van de experimentele groep bij de categorie 'mee eens'.

Bij 2 items ligt het gemiddelde van de controlegroep lager nl. bij:
L7. Ik heb geleerd dat als ik een woord niet weet ik het kan opzoeken in het boek.
L14. Ik heb geleerd regels te gebruiken die ik ken.
Hier liggen de gemiddelden van beide groepen rond de categorie 'mee eens'.

3. Van de 18 'ervaren'-items leveren er 7 een significant verschil op (39%). Zes daarvan liggen in de verwachte richting. Dit zijn:
L19. Ik heb ervaren dat een tekening helpt bij het oplossen van een opgave.
L24. Ik heb ervaren dat het helpt met andere leerlingen te praten over de manier waarop problemen opgelost kunnen worden.
L27. Ik heb ervaren dat het me bij het maken van een opgave helpt mezelf eerst af te vragen of ik zo'n soort opgave wel eens eerder gemaakt heb.
L30. Ik heb ervaren dat het me helpt een verhaaltje te bedenken om de opgave aan te pakken.
L31. Ik heb ervaren dat het helpt als ik bij opgaven eerst een schets maak.
L35. Ik heb bij meetkunde-opgaven ervaren dat het me helpt als ik de tekening draai.

Bij de laatste 5 items ligt het gemiddelde oordeel dicht bij de categorie 'soms'; het oordeel op item L19 ligt dichter bij 'vaak'.
Bij één item is het verschil in de niet-verwachte richting:
L20. Ik heb ervaren dat ik na het vinden van een oplossing een snellere aanpak zie.

4. Van de 35 items zijn er dus 9 items waarop een significant verschil in de verwachte richting kan worden geconstateerd, dit is 26%. Drie items (9%) leveren een niet-verwacht verschil op.
Vijfenzestig procent van de items levert dus geen (significant) verschil op.
Er zijn bij de experimentele leerlingen meer van de verwachte effecten te constateren dan bij de controleleerlingen.

III.
De gemiddelden per subschaal en totale schaal per conditie en de verschillen tussen de condities zijn als volgt:
- 'geleerd schaal' (17 items):

experimentele conditie:	2.3 (.43); t= -1.97; p=.05
controleconditie:	2.4 (.41)

- 'ervaren schaal' (18 items):

experimentele conditie:	2.8 (.49); t= -1.75; p=.08
controleconditie:	2.9 (.46)

- 'totale schaal' (35 items):

experimentele conditie:	2.6 (.43); t= -2.16; p=.03
controleconditie:	2.7 (.39).

Conclusie:
Er is een tendens dat het programma leidt tot een aantal verwachte effecten.

IV.
Een nadere analyse per klas levert het volgende beeld. In tabel 6.26 is per item aangegeven het verschil in condities (significant of niet) en het verschil tussen de klassen (met toetsing via eenwegsvariantie-analyse). In de laatste kolom (4) staat het percentage verklaarde variantie toe te schrijven aan verschillen tussen de klassen (op grond van eta-berekening) opgenomen. We kunnen uit deze tabel het volgende concluderen:

1. Toetsing van de verschillen tussen de klassen geeft aan dat op de meeste items er één of meer klassen zijn die in hun oordeel afwijken; de percentages (kolom 4) geven aan dat verschillen tussen de gemiddelden voor enig deel aan klassen kunnen worden toegeschreven.

2. Het valt voorts op dat verschillen getoetst aan de klasgemiddelden niet steeds overeenkomen met het verschil getoetst tussen beide condities. Dit geldt zowel voor de 'geleerd'-items als de 'ervaren'-items. Er zijn 11 items (5 'geleerd'-items en 6 'ervaren'-items) die wel een verschil tussen klassen te zien geven, maar niet tussen de condities. Dit duidt erop dat naast een conditie-effect ook sprake is van een klaseffect.

TABEL 6.26: OVERZICHT VAN VERSCHILLEN TUSSEN DE 14 KLASSEN OP DE ITEMS VAN HET LEERLINGVERSLAG

(1) item	(2) conditieverschil	(3) verschil klassen	(4) %verkl.
L1	nee	nee	
L2	nee	p=.007	8
L3	nee	nee	
L4	nee	nee	
L5	nee	p=.01	8
L6	nee	p<.000	14
L7	ja	p=.0002	11
L8	nee	p=.003	9
L9	nee	p=.0002	11
L10	ja	p<.0000	13
L11	nee	p=.013	8
L12	ja	p<.0000	16
L13	ja	p<.0000	22
L14	ja	p=.004	8
L15	nee	p=.04	7
L16	nee	p=.027	7
L17	nee	nee	
L18	nee	p=.008	8
L19	ja	p=.0001	12
L20	ja	p=.0007	10
L21	nee	nee	
L22	nee	nee	
L23	nee	p=.016	8
L24	ja	p=.013	8
L25	nee	p=.01	8
L27	ja	p=.025	7
L28	nee	p=.032	7
L29	nee	p=.007	8
L30	ja	p=.035	7
L31	ja	p<.0000	16
L32	nee	nee	
L33	nee	p=.025	7
L34	nee	nee	
L35	ja	nee	
L36	nee	nee	

V.

De analyse van de gemiddelden per docent levert het volgende op:

Op de items van de vorm 'ik heb geleerd dat...' zijn significante verschillen waarneembaar; op de 'ervaren'-items niet. Kennelijk zijn de oordelen op de eerstgenoemde items wel beïnvloed door een docentfactor, de laatste niet.

Er zijn voorts 8 'geleerd'-items die wel op de docentfactor van elkaar verschillen, maar niet op de conditiefactor.

Van de 'ervaren'-items zijn 3 items wel verschillend bij de docentfactor en niet op de conditiefactor. Voor de beide subschalen en de totale schaal is het beeld als volgt:

TABEL 6.27 OVERSCHRIJDINGSKANSEN PER DOCENT- EN CONDITIEFACTOR

	docentfactor	conditiefactor
geleerd schaal	p= .005	p= .05
ervaren schaal	p= .3	p= .08
totale schaal	p= .04	p= .03

Uit de gemiddelden van elk van de docenten op de 'geleerd'-schaal kan opgemaakt worden dat ten aanzien van de 'geleerd'-schaal, naast verschillen tussen de condities, ook verschillen tussen docenten optreden. Bij de 'ervaren'-schaal is dit niet het geval.
Bij de totaal-schaal is er wel een docenteffect in de experimentele conditie, maar niet in de controleconditie.

VI. Nadere exploraties
De leerlingverslag-items, opgenomen in de 'geleerd'-schaal en de 'ervaren'-schaal worden verondersteld effecten van het geboden onderwijs te meten. Het is daarom van belang na te gaan in hoeverre deze metingen zich verhouden tot de op andere wijze gemeten effecten en de daarbij betrokken covariabelen.

Een overzicht van correlatie-coëfficiënten biedt tabel 6.28. Er is een klein, positief en significant verband tussen het leerlingverslag en de scores op de eindtoets. Dit is na 3 maanden verdwenen (geen significante correlaties met de retentietoets). Met de begintoets is eveneens geen verband.
Opmerkenswaard is de relatie met het advies basisschool.

TABEL 6.28 OVERZICHT VAN CORRELATIE-COEFFICIENTEN TUSSEN DE SCHALEN VAN HET LEERLINGVERSLAG EN DE PRESTATIEVARIABELEN ALSMEDE ACHTERGRONDVARIABELEN

	geleerd n=242	ervaren n=236	totaal n=226
ANTW./begintoets	.03	.05	.05
ANTW./eindtoets	.08	.13*	.13*
ANTW./retentietoets	.04	.05	.06
advies basisschool	.17**	.16*	.20**
intelligentie	.08	.12	.12

* $p < 0.05$
** $p < 0.01$

Conclusies:

1. Er zijn lichte verschillen waarneembaar tussen de experimentele conditie en de controleconditie; deze verschillen wijzen enigszins op een positief effect van het experimentele onderwijsprogramma.
2. Het effect van het onderwijsprogramma wordt mede beïnvloed door een klasfactor en voor een deel door een docentfactor.

6.8. De attitude tegenover wiskunde

Vooraf: De variabele attitude was bedoeld om te fungeren als covariabele er vanuitgaande dat er een verband is tussen de gemeten attitude en de scores op de eind- en retentietoets en dat er aanvangsverschillen tussen beide condities zijn. Het bleek echter dat er gèèn aanvangsverschillen aanwezig waren: t-testtoetsing leverde geen significante verschillen op (zie voor een overzicht van gemiddelde en standaarddeviaties per subschaal tabel 6.31). Besloten is daarom de resultaten op deze variabele verder te exploreren, ook al omdat er twee metingen zijn verricht.
De attitudeschaal is namelijk twee keer afgenomen: aan het begin van de experimentele periode en aan het eind. Er zijn drie subschalen, te weten angst, plezier en relevantie. Ter illustratie enkele items:
van de *angst-schaal*:
- ook al doe ik nog zo goed mijn best, ik word toch nooit goed in wiskunde
- van ons wiskundeboek begrijp ik meestal niet zo veel.

van de *plezier-schaal*:
- ik zou liever minder wiskundelessen per week hebben
- onze wiskundelessen zijn vaak boeiend en interessant

van de *relevantie-schaal*:
- in je latere leven kun je best zonder wiskunde
- bij andere vakken heb je wat aan wiskunde.

De schalen bestaan achtereenvolgens uit de volgende aantallen items:
angst-schaal: 15 items; plezier-schaal: 14 items; relevantie-schaal: 11 items. Per item kon op een schaaltje van 1-5 het oordeel worden aangegeven; de betekenis is als volgt: 1=veel angst of veel plezier of heel relevant; 5=weinig angst of weinig plezier of weinig relevant.

De betrouwbaarheden (interne consistentie, berekend als Cronbach's alpha) zijn zowel bij de eerste als de tweede afname bevredigend. Tabel 6.29 geeft een overzicht.

TABEL 6.29: OVERZICHT VAN BETROUWBAARHEDEN VAN DE SUBSCHALEN VAN DE ATTITUDESCHAAL BIJ ZOWEL DE BEGIN- ALS EINDMETING

	beginmeting	eindmeting
subschaal		
angst	.87	.87
plezier	.84	.85
relevantie	.77	.83

Tussen de subschalen van de beginmeting en die van de eindmeting is het verband als volgt (weergegeven in tabel 6.30):

TABEL 6.30: CORRELATIECOEFFICIENTEN TUSSEN DE SUBSCHALEN VAN DE ATTITUDESCHAAL VAN DE BEGINMETING EN DE SUBSCHALEN VAN DE EINDMETING

	eindmeting		
	angst2	plezier2	relevantie2
beginmeting			
angst1	0.65 (n=271)	-.39 (n=266)	-.26 (n=267)
plezier1	-.36 (n=265)	0.65 (n=262)	0.38 (n=263)
relevantie1	-.16 (n=279)	0.34 (n=277)	0.53 (n=276)

alle coëfficienten zijn significant ($p < 0.01$).

Duidelijk kan zijn dat de schalen die inhoudelijk bezien met elkaar samen behoren te hangen, dit ook inderdaad doen.

De gemiddelden per conditie en per subschaal zijn opgenomen in tabel 6.31.

TABEL 6.31: GEMIDDELDEN EN STANDAARDDEVIATIES OP DE SUBSCHALEN VAN DE ATTITUDESCHAAL VAN ZOWEL DE BEGINMETING ALS DE EINDMETING

		ANGST2	ANGST1
experim. cond.	(n=125)	3.5 (.66)	3.5 (.59)
controlecond.	(n=108)	3.5 (.63)	3.5 (.59)
		PLEZIER2	PLEZIER1
experim. cond.	(n=125)	3.1 (.63)	3.0 (.57)
controlecond.	(n=108)	3.1 (.69)	3.0 (.66)
		RELEVANTIE2	RELEVANTIE1
experim. cond.	(n=125)	2.5 (.45)	2.4 (.437)
controlecond.	(n=108)	2.4 (.50)	2.4 (.47)

Toetsing van de verschillen, waarbij de eindmetingen als afhankelijke variabelen, de voormetingen als covariabelen en de conditie uiteraard als onafhankelijke variabele gehanteerd werden, leverde geen enkel significant verschil op.

Een toetsdesign, uitgebreid met de covariabelen advies basisschool en probleemoplossingsvaardigheid (aantal antwoorden correct op de begintoets) leverde het volgende op:
N=184
Box's M=42.8 (p=.268) hetgeen betekent dat multivariaat getoetst er sprake is van homogeniteit van variantie-covariantie matrices.
Effect van de variabelen op de afhankelijke variabelen:
Wilks Lambda= .26 (p=.000) met univariaat getoetst een effect op alle drie variabelen.
Het conditie-effect:
Wilks Lambda= .96 (p=.064) Univariaat getoetst effecten op:
angst: p=.123
plezier: p=.081
relevantie: p=.013.

De waargenomen en gecorrigeerde gemiddelden zijn als volgt (zie tabel 6.32).
Toelichting: op elk van de variabelen wordt eerst het waargenomen gemiddelde vermeld, vervolgens het voor de invloed van de covariabelen gecorrigeerde gemiddelde. Toetsing van verschillen tussen de experimentele groep en controlegroep met alleen als covariabelen het advies van de basisschool en het aantal antwoorden goed op de begintoets geeft hetzelfde beeld te zien, d.w.z. geen conditie-effecten met betrekking tot de variabelen angst en plezier, wel met betrekking tot relevantie.

TABEL 6.32: OVERZICHT VAN WAARGENOMEN EN GECORRIGEERDE GEMIDDELDEN VAN 3 AFHANKELIJKE VARIABELEN ANGST, PLEZIER EN RELEVANTIE, PER CONDITIE

	angst	plezier	relevantie
experim. conditie	3.5/3.4	3.1/3.0	2.5/1.9
controleconditie	3.5/3.6	3.1/2.9	2.4/1.7

Conclusies
Met betrekking tot angst voor wiskunde:
Beide groepen scoren gemiddeld meer dan 3.0, hetgeen erop wijst dat in beide condities er niet zoveel angst voor wiskunde bij de leerlingen aanwezig is.

Met betrekking tot plezier in wiskunde:
In beide groepen is het gemiddelde vrijwel 3, hetgeen wil zeggen dat in beide groepen de leerlingen wiskunde gematigd plezierig vinden. De groepen verschillen niet van elkaar.

Met betrekking tot relevantie:
De controlegroep beoordeelt de wiskunde als relevanter dan de experimentele groep; in beide groepen wordt wiskunde als gematigd relevant beoordeeld.
Er zijn voor het overige ook geen verschillen te constateren tussen de meting aan het begin en op het eind van de experimentele periode.

In de resterende paragrafen 6.9 t/m 6.11 worden de onderzoeksresultaten vermeld met betrekking tot de implementatie van het experimentele programma en de vergelijking ervan met het reguliere onderwijs. Het gaat hierbij om de volgende vraagstellingen (zie par. 5.1):
- in welke mate wordt het programma uitgevoerd volgens de bedoelingen van de ontwerpers?
- in welke mate stemt het onderwijsleerprogramma overeen met de opvattingen van de leraren?
- welke knelpunten treden op bij de uitvoering van het programma?
- hoe verloopt de uitvoering van het reguliere onderwijs?
- hoe verloopt het onderwijs na afloop van het programma en vóór afname van de retentietoets?

Eerst wordt ingegaan op het onderwijs in beide groepen, zoals waargenomen door de leerlingen (par. 6.9). Vervolgens worden de observatieresultaten weergegeven (par. 6.10). Tenslotte wordt in par. 6.11 getracht de belangrijke vraag naar de implementatie van het experimentele programma te beantwoorden.

6.9. Resultaten op de Percia-schaal

De perceptie van het gegeven onderwijs
Leerling hebben op de Percia-vragenlijst een oordeel gegeven over het door hen ontvangen onderwijs. Ook gaven zij aan in hoeverre zij dit onderwijs anders gerealiseerd wilden zien.

TABEL 6.33: OVERZICHT VAN GEMIDDELDEN PER CONDITIE OP DE 5 SUBSCHALEN VAN DE PERCIA-VRAGENLIJST, ZOWEL MET BETREKKING TOT DE WAARGENOMEN ALS DE GEWENSTE SITUATIE

				schaalwaarden min.	max.
	LIK1		LIK2	10	50
E-cond.	38		46.9		
C-cond.	39		46.5		
	DIF1		DIF2	14	70
E-cond.	31.4		38.9		
C-cond.	32.5		40.4		
	SAM1*		SAM2*	7	35
E-cond.	25.1		28.5		
C-cond.	22.9 (P=.00)	(P=.00)	26.4		
	IN1		IN2	8	40
E-cond.	21.9		30.1		
C-cond.	23.2		30.1		
	TAKO1		TAKO2	7	35
E-cond.	22.9		29.9		
C-cond.	23.7		30.3		

*p=.00; overige verschillen zijn niet significant

Toelichting:
De 5 subschalen zijn aangeduid met LIK (leraar/instructie/klasseklimaat), DIF (differentiatie), SAM (samenwerking tussen leerlingen), TAKO (taakgerichtheid en orde) en IN (inhoud wiskunde). De toevoeging 1 betekent: heeft betrekking op de feitelijke situatie; de toevoeging 2 betekent: heeft betrekking op de gewenste situatie. Er is een onderscheid gemaakt tussen de experimentele conditie (E-cond.) en controleconditie (C-cond.).

In tabel 6.33 wordt een overzicht gegeven van de gemiddelden op elk van de vijf subschalen (zie par. 5.3: Percialijst), zowel met betrekking tot de waargenomen als de gewenste situatie.
Alleen op de subschaal samenwerking (SAM) is er een significant verschil tussen de E- en C-conditie, zowel met betrekking tot de feitelijke als de gewenste situatie. Dit verschil ligt in de verwachte richting. De overige verschillen zijn niet significant (p >.01).

De volgende conclusies kunnen worden getrokken.

1. Met betrekking tot de schaal 'leraar, instructie, klasseklimaat' (itemvoorbeeld: onze leraar informeert naar wat wij begrepen hebben).

In beide condities beoordelen de leerlingen de situatie als regelmatig voorkomend; in beide condities zouden de leerlingen sterke verbetering willen.

2. Met betrekking tot differentiatie-activiteiten (voorbeelditem: goede leerlingen krijgen opgaven op hun niveau).

In beide condities menen de leerlingen dat differentiatie wel eens

voorkomt, de frequentie wordt niet hoog geschat. Er is in beide condities de wens tot wat meer differentiatie-activiteiten.

3. Samenwerking (voorbeelditem: wij vragen elkaar hulp als we iets niet begrijpen).

De leerlingen in de experimentele conditie menen dat samenwerking bij hen meer dan regelmatig voorkomt, de controle-leerlingen scoren hier significant lager. In beide condities willen de leerlingen dat er veel wordt samengewerkt.

4. Inhoud wiskunde (itemvoorbeeld: onze leraar laat zien wat alledaagse dingen om je heen met wiskunde te maken hebben).

Waarneming van de feitelijke situatie in beide condities geeft het oordeel: bijna regelmatig. Er is in beide condities de wens dat dit veel wordt.

5. Taakgerichtheid en orde (voorbeelditem: leerlingen lopen door de klas zonder dat dit nodig is).

Leerlingen in beide condities melden dat rumoer, ordeloosheid, e.d. regelmatig voorkomen; in beide condities is er de wens dat dat drastisch afneemt.

Slotconclusie
Alleen op het oordeel ten aanzien van samenwerking verschillen de beide condities. In de experimentele conditie wordt meer samengewerkt naar het oordeel van de leerlingen. Op de andere aspecten kan geen verschil worden geconstateerd. Deze conclusie wijst erop dat het onderwijs in de experimentele klassen de controleklassene veel overeenkomsten bezit. Het is dus niet zo dat het experimentele programma als zeer uitzonderlijk beleefd werd door de leerlingen.

6.10. De observaties

De observaties waren vooral bedoeld om de (mate van) realisatie van het onderwijsprogramma vast te stellen. Ook in het reguliere onderwijs is (beperkt) geobserveerd. In het volgende worden daarom eerst de resultaten met betrekking tot de experimentele conditie behandeld.
Er is geobserveerd met behulp van een schema waarin de belangrijkste kenmerken van het programma in observeerbare categorieën zijn geformuleerd (zie par. 5.3).
De geobserveerde lessen worden opgevat als een willekeurige steekproef van alle gegeven lessen. Per categorie of kenmerk wordt het aantal waarnemingen per les in percentages of absoluut aangegeven.

Basisgegevens met betrekking tot de observaties
In de experimentele conditie is als volgt geobserveerd:

TABEL 6.34: OVERZICHT VAN BASISGEGEVENS VAN DE GEOBSERVEERDE EENHEDEN

eenheid	aantal	gemiddeld per eenheid
lessen	61	
weken	17	3,6 lessen
klassen	7	8,7 lessen
docenten	5	12,2 lessen
scholen	3	20,3 lessen

De gemiddelde duur van de geobserveerde lessen was 48,7 minuten.

Het aantal geobserveerde lessen per klas en per docent is als volgt:

TABEL 6.35: VERDELING VAN OBSERVATIES PER KLAS EN PER DOCENT

	docent				
klas	1	2	3	4	5
1	10				
2		8			
3		8			
4			12		
5				8	
6					7
7					8

In de controle-conditie is per klas één keer geobserveerd.

De uitvoering van in het programma aangegeven activiteiten

In het volgende wordt per programmakenmerk een overzicht van de observaties gegeven. Er is op vier manieren bij het observeren gescoord, te weten:

a. dichotoom (in de geobserveerde les kwam het kenmerk al of niet voor);
b. per gebeurtenis (aangegeven werd de aantallen keren dat het desbetreffende kenmerk in de les voorkwam);
c. in minuten (gescoord werd het aantal minuten dat een kenmerk voorkwam in een les);
d. op een ordinale schaal.

Per kenmerk zal in de tekst of in een toelichting de wijze van scoring worden aangegeven. De nummering van de kenmerken is dezelfde als die in paragraaf 5.4, figuur 5.5. De kenmerken worden behandeld per categorie. Voor de betekenis van deze kenmerken voor de doelstellingen van het experimentele programma wordt verwezen naar de uitwerking van de ontwerpeisen in hoofdstuk 2.

De waarnemingen van de didactische werkvormen zijn als volgt:

A. Lesstructuur/didactische werkvormen: gemiddeld per les/standaarddeviatie (in minuten)

werkvormen	gem.	sd.
1. frontaal	6.4	(13.6)
2. onderwijsleergesprek	19.0	(14.7)
3. groepsonderricht	17.5	(14.9)
4. individueel werken	.77	(2.8)

Hiernaast werd een beginfase (begin van de les) vastgesteld met een gemiddelde duur van 7 minuten (sd. 3.1). Immers, deze beginfase kan op zich niet als effectieve onderwijs- en leertijd aangemerkt worden.
Vastgesteld kan worden dat de interactieve didactische werkvormen (onderwijsleergesprek en groepsonderricht) waarbij inbreng van de leerlingen mogelijk is, het grootste deel van de lessen in beslag namen. Anders gezegd, ruim 80% van de effectieve tijd wordt aan een interactieve werkvorm besteed. Het feit dat ruim 80% van de effectieve lestijd aan een interactieve werkvorm werd besteed, wijst op een gunstige basis voor de bewustwording en gerichtheid op het proces van probleemoplossen.

Ten aanzien van kenmerken van de leerstof kwamen de volgende observaties naar voren:

B. De leerstof

	geen aandacht*	wel aandacht*	frequentie**
5. grote lijn in de leerstof	23	38	72
6. notaties	4	57	--***
7. formules	41	20	--***
8. bewerkingen/operaties	27	34	--***
9. toepassingen in de praktijk	45	16	26

* de getallen geven het aantal lessen aan (dichotome scoring).
** de frequentie geeft aan het totaal aantal keren dat genoemde activiteit voorkwam, al of niet op initiatief van de leerkracht.
*** geen frequenties gescoord.

In 62% van de lessen wordt aandacht aan de grote lijn in de leerstof besteed, aan toepassingen in de praktijk slechts 27%.
Aan formules wordt relatief weinig aandacht gegeven, aan notaties veel meer. Het is gunstig dat redelijk veel aandacht aan de grote lijn in de leerstof wordt besteed, evenals aan de notaties. De geringere aandacht voor toepassingen in de praktijk is niet geheel verwonderlijk, gezien het leerboek waarin dit aspect vrij weinig aan de orde wordt gesteld.

Geobserveerd werden ook instructies met betrekking tot enkele activiteiten van de leerlingen met het volgende resultaat:

C. Activiteiten leerlingen

	geen aandacht*	wel aandacht*	frequentie**
10. toelichting aanpak in termen van heuristieken door de leerlingen	32	29	50
11. hardopdenken	29	32	56
12. retrospectie van de leerlingen	7	54	200

* de getallen geven het aantal lessen aan (dichotome scoring).
** de frequentie geeft aan het totaal aantal keren dat genoemde activiteit voorkwam, al of niet op initiatief van de leerkracht.

Retrospectie is een veel voorkomende activiteit die aan leerlingen wordt gevraagd (in 89% van de lessen), de overige 2 activiteiten die eveneens bij het instructieprogramma behoorden, komen in minder lessen voor (46% en 52%). Twee belangrijke kenmerken: verwoording in termen van heuristieken en hardopdenken, komen in ongeveer de helft van de lessen voor, maar bereiken niet een mate van 70% van de lessen. Retrospectie komt veel meer voor. Waarschijnlijk is retrospectie een activiteit die in het algemeen in onderwijs regelmatig voorkomt; ook in de controleklassen kwam deze activiteit voor. De hoge frequentie in de experimentele conditie wijst wel op een extra impuls vanuit het onderwijsprogramma.

Observatie ten aanzien van instructies direkt gericht op probleemoplossingselementen leidde tot het volgende overzicht:

D. Probleemoplossen en probleemaanpak

	geen aandacht*	wel aandacht*	frequentie**
13. bespreken alternatieve aanpakken	6	55	208
instructie in fasen van probleemaanpak:			
14. encodering	11	50	128
15. representatie	16	45	109
16. afwikkeling	24	37	90
17. evaluatie	20	41	97
18. gebruik basisheuristiek	niet geobserveerd		
19. verzamelen tips en hints	niet geobserveerd		
20. schriftel. weergave oplosproces	14	47	
21. leerling als model	31	30	
22. ruimte bieden voor probleemoplossingsactiviteiten zoals verwoorden, lezen, evalueren aanpak, e.d.	veel	6	
(ordinale schaal; getallen geven	redelijk	11	
aantal lessen aan)	gaat	27	
	weinig	17	

* de getallen geven het aantal lessen aan (dichotome scoring).
** de frequentie geeft aan het totaal aantal keren dat genoemde activiteit voorkwam, al of niet op initiatief van de leerkracht.

Het bespreken van alternatieve aanpakken (in 90% van de lessen) is in overeenstemming met de hoge frequentie ten aanzien van retrospectie.

Instructies ten aanzien van de verschillende probleemoplossingsfasen variëren. De hoge frequenties ten aanzien van encodering en representatie zijn in overeenstemming met de bedoeling van het programma. De fasen afwikkeling en evaluatie hebben iets minder aandacht gekregen, maar altijd nog in 61% resp. 67% van de lessen, hetgeen eveneens strookt met de opzet van het programma. Aan het schriftelijk weergeven van het oplosproces werd veel aandacht gegeven. De leerling als model-probleemoplosser kwam in ongeveer de helft van de lessen voor.
Hoewel opgevoerd als kenmerken van het experimentele programma, waren gebruik van de basisheuristiek (zie bijlage 3.1) en het verzamelen van tips en hints niet in het observatieschema opgenomen, omdat daarvoor grondige inspectie van de schoolschriften nodig zou zijn. Dit ging het observatiekader te buiten.

Concluderend kan gesteld worden dat in de uitvoering van het programma een aantal kenmerken waargenomen konden worden die erop wijzen dat het programma volgens de bedoelingen werd uitgevoerd; de waarneming op het kenmerk 22, zoals hierboven aangegeven, bevestigt dit ook.

Over huiswerk en planning van de leerstof werden de volgende waarnemingen verricht:

E. Huiswerk

	geen aandacht*	wel aandacht*
23. instructie m.b.t. uitschrijven aanpak en nadruk op het proces	35	26
24. opgeven vermelde huiswerkopdrachten		

*de getallen geven het aantal lessen aan

Met betrekking tot het huiswerk is vooral gelet op de instructie van de docent over het uitschrijven van de aanpak. Huiswerk is op zich lastig waar te nemen in de observatie-opzet zoals gehanteerd. Eén oorzaak hiervoor is dat docenten algemene instructies (veelal aan het begin van het schooljaar) omtrent huiswerk geven en niet geneigd zijn deze elke les te herhalen. De planmatigheid van huiswerk is ook geringer omdat opgeven van huiswerk mede afhankelijk is van het verloop van de les. De aandacht voor procesgerichte instructie in 43% van de lessen is in dit licht nog bevredigend te noemen.

F. Planning leerstof

Het programma geeft aanwijzingen omtrent de leerstof zoals in het jaarprogramma van de docent opgenomen:

25. leerstofplanning (opgaven zoals aangegeven in het leerboek)	>70%***
26. lesplanning (lesdelen zoals aangegeven in het programma)	>70%***

*** Dit percentage berust op de waarneming dat vrijwel alle opgaven en onderwerpen in de geobserveerde lessen aan de orde zijn geweest. Dit geldt eveneens voor de lesdelen zoals die in het onderwijsleerprogramma geformuleerd waren. Uit dit gegeven kan opgemaakt worden dat het experimentele programma behoorlijk 'op de voet' gevolgd is.

Samenvattend:
Het experimentele programma is redelijk getrouw uitgevoerd.
De opgaven zoals gepland en de lesdelen zoals gepland, zijn grotendeels aan de orde gesteld (>70%).
Er was een overwegende nadruk op het gebruik van interactieve werkvormen (ruim 80% van de tijd), hetgeen actieve participatie van de leerlingen mogelijk maakte.
De leerstof werd behandeld op een wijze die bedoeld was (vasthouden grote lijn; nadruk op notaties en bewerkingen; alleen formulegebruik en toepassingen in de praktijk kregen minder aandacht).
Retrospectie was een veel voorkomende activiteit (in 89% van de lessen kwam dit voor), typische activiteiten als hardopdenken en verwoording van heuristieken, kwamen in ongeveer de helft van de lessen voor. Alle drie activiteiten wijzen op sterke procesgerichtheid van het onderwijs.
Ook ten aanzien van de gerichtheid op de probleemoplossingsfasen en verwante activiteiten kan van een redelijk goede uitvoering in het licht van de bedoelingen gesproken worden. Vooral aan bespreken van alternatieve aanpakken, encodering en representatievorming werd in ruime mate aandacht geschonken (in resp. 90%, 82% en 74%).

Ervaren versus niet ervaren leraren
In de pilotfase van het project (zie hoofdstuk 3) is door 2 leraren ondersteuning verleend bij de ontwikkeling van het programma. Door deze 2 leraren is aan 3 klassen lesgegeven. Onderstaand wordt aangegeven in hoeverre de realisatie van het programma van deze 2 leraren verschilt van de realisatie door de andere 3 'experimentele' leraren.

Nagegaan is welke verschillen tussen beide genoemde groepen leraren optraden op de geobserveerde variabelen en of deze verschillen significant zijn ($p<=.05$).
Van de 26 kenmerken was een kenmerk 'maken opgegeven huiswerkopdrachten' niet gescoord omdat dit inspectie van de schoolschriften zou vereisen. Van de overblijvende 25 kenmerken is op 8 kenmerken een verschil tussen beide groepen leraren te vinden.

De scores op de kenmerken 'onderwijsleergesprek' en 'groepsonderricht' vormen elkaars spiegelbeeld als volgt. In tabel 6.36 zijn de gemiddelden (in minuten) opgenomen, berekend over de beide werkvormen, uitgesplitst naar de 2 groepen leraren. Als we, zoals in de vorige paragraaf, deze beide kenmerken tezamem nemen, dan is er geen verschil tussen beide soorten docenten. Leraren-ontwikkelaars scoren lager dan de anderen op de volgende kenmerken: 'grote lijn in de leerstof aangeven'; 'gebruik van formules'; 'bespreken alternatieve aanpakken'.

TABEL 6.36: GEMIDDELDEN EN STANDAARDDEVIATIES (IN MINUTEN) BEREKEND OVER 2 WERKVORMEN EN UITGESPLITST NAAR DE GROEP LERAREN-ONTWIKKELAARS EN OVERIGE EXPERIMENTELE LERAREN

	leergesprek	groepsonderricht
leraren-ontwikkelaars (n=2)	10.3 (14.7)	25.4 (13.9)
andere leraren (n=3)	25.4 (15.0)	11.6 (13)

Op de volgende kenmerken scoren zij hoger:
- 'hardopdenken'
- 'leerling als model'
- 'ruimte bieden voor probleemoplossingsactiviteiten'.

De conclusie kan worden getrokken dat er wel enige verschillen zijn, maar deze zijn van een zodanige aard dat geconcludeerd kan worden dat de uitvoering van het programma door beide groepen even goed gerealiseerd is.

Verschillen in uitvoering tussen de 5 docenten

Nagegaan zijn voorts de verschillen tussen de 5 experimentele docenten ten aanzien van de uitvoering van het programma op de geobserveerde kenmerken. Eventuele verschillen kunnen licht werpen op het belang dat bepaalde kenmerken hebben voor de effecten bij de leerlingen. Het resultaat is als volgt:
Van de 20 kenmerken die in deze analyse konden worden betrokken, zijn er op 12 kenmerken significante verschillen tussen de 5 docenten te constateren (zie tabel 6.37).
De verschillen liggen per docent en per kenmerk verschillend. Leraar 5 neemt een bijzondere positie in: op een aantal kenmerken scoort deze leraar afwijkend van de anderen. Vooral betreft dit het onderwijsleergesprek (hieraan wordt veel lestijd besteed en dus veel minder tijd aan groepsonderricht), aan formulegebruik en operaties wordt meer dan door de anderen aandacht besteed en aan het berekenen (de afwikkeling) van opgaven. Kenmerken als verwoording van heuristieken, hardopdenken, evaluatie en de leerling als model, krijgen bij deze docent minder dan bij de anderen aandacht.

De overige leraren wijken hier en daar ook af van de anderen, maar op veel minder aspecten. Opvallend is dat leraar 1 veel meer dan de anderen frontaal lesgeeft en dat leraar 2 en leraar 4 eruit springen wat betreft groepsonderricht.
Verschillen liggen voor een deel in een richting in overeenstemming met de bedoeling van het programma, voor een deel niet. Er is dus niet sprake van een systematisch ongunstige implementatie.

Waarnemingen in de controleconditie
In de controleklassen is één keer geobserveerd. Voorts zijn indrukken omtrent de wijze van lesgeven verkregen tijdens het bezoek aan de klassen in verband met het verzamelen van de leerlinggevens. Ook zijn de gebruikte leerboeken bekeken.
In de controleconditie is aanzienlijk minder geobserveerd dan in de experimentele conditie. Vanzelfsprekend zou een evenredige verdeling van observatie-activiteiten over de beide condities voor de hand hebben gelegen. Binnen de randvoorwaarden (tijd, geld) is er echter voor gekozen vooral naar het experimentele programma-in-uitvoering te kijken. Hiervoor waren twee redenen:

1. Het is van groot belang van een nieuw programma vast te kunnen stellen in welke mate dit uitgevoerd wordt zoals beoogd. Een eventueel effect kan dan immers aan dat programma worden toegeschreven, als gebleken is dat de implementatie voldoende was.
2. In de controleconditie ging het om regulier onderwijs dat wil zeggen onderwijs waarvan in grote lijnen bekend is hoe het verloopt (Riemersma, 1981) (Meyer et. al., 1990). Op dit gegeven is gekapitaliseerd om vooral de aandacht op de experimentele conditie te richten.

Ten einde aan deze ongelijke aandachtsverdeling enigszins tegemoet te komen, is door middel van de Percia-schaal gemeten hoe de leerlingen het onderwijs ervoeren. Op grond daarvan kan ook een vergelijking tussen beide onderwijsprogramma's worden getrokken.
Op grond van de waarnemingen in de controleklassen kan slechts een globaal beeld van het onderwijs in de controleconditie worden geschetst. Geconstateerd kan worden dat:

1. de leerstof zoals die in de experimentele klassen werd behandeld in grote lijnen ook in de controle-klassen werd gegeven;
2. de betrokken docenten niet beschikten over het experimentele onderwijsleerprogramma en derhalve ook niet dit programma systematisch hebben kunnen uitvoeren zoals de 'experimentele leraren';
3. in het lesgeven het accent lag op de verwerving van wiskundige begrippen en vaardigheden, gekoppeld aan het maken van opgaven zoals vermeld in de leerboeken. Gehanteerde werkvormen waren: klassikale uitleg gevolgd door vraag en antwoord; ook individueel werken en individuele uitleg kwamen voor. Retrospectie, dat wil zeggen de leerling gaf achteraf uitleg over zijn of haar aanpak, was een gebruikelijke activiteit.

TABEL 6.37: OVERZICHT VAN SCORES OP DE KENMERKEN PER DOCENT MET EEN AANDUIDING VAN VERSCHILLEN

		docent					
		1	2	3	4	5	signif.niveau
kenmerk							
1. frontaal		10.2 (10.7)	2.9 (2.9)	4.9 (5.0)	3.1 (3.5)	4.1 (6.5)	p=0.06
2. leergesprek		9.2 (9.9)	11.0 (8.1)	15.1 (6.2)	15.7 (15.3)	39.1 (7.5)	p <.00
3. groepsonderricht		19.8 (14.6)	28.9 (12.7)	16.5 (9.1)	25.6 (11.7)	.3 (1.3)	p <.00
4. individu gericht		0 (0)	.6 (2.5)	1.1 (1.8)	0 (0)	1.6 (4.8)	n.s.
beginfase		8.5 (4.1)	6.7 (2.4)	8.7 (2.1)	5.5 (3.1)	5.6 (2.8)	p=.02
5. grote lijn in leerstof		.3 (.7)	.9 (.9)	1 (1)	1.3 (1.5)	2.2 (1.4)	p <.00
6. notaties	geen aandacht	1	-	1	2	-	chi-kwadraat
	wel	9	16	11	6	15	= 6.9 (n.s.)
7. formules	geen	9	12	7	7	6	chi-kwadraat
	wel	1	4	5	1	9	= 9.7 (p= .04)
8. operaties	geen	4	10	3	7	3	chi-kwadraat
	wel	6	6	9	1	12	=13.7 (p= .00)
9. toepassingen		alle gemiddelden kleiner dan 1					n.s.
10. heuristiekaanduiding		1.3 (1.4)	.9 (.8)	1.3 (1.3)	.9 (1)	.1 (.3)	p=.01
11. hardopdenken		.4 (1)	1.9 (1)	.9 (.9)	1.4 (1.1)	0 (0)	p <.00
12. retrospectie		3.2 (3.3)	2.7 (2)	2.1 (1)	3.1 (2.6)	5.0 (4.6)	n.s.
13. alternatieve aanpakken		1.6 (1.1)	2 (1.4)	5.4 (10.9)	2.9 (1.6)	4.8 (3)	n.s.
14. encodering		1.3 (1.4)	1.9 (.7)	1.3 (1.2)	2.6 (.9)	3.1 (3.4)	n.s.

vervolg tabel 6.37:

	docent					
	1	2	3	4	5	signif.niveau
kenmerk						
15. representatie	1.2 (1.0)	1.9 (1.1)	1.7 (.7)	1.3 (1.0)	2.8 (4.1)	n.s.
16. afwikkeling	1.1 (1.2)	.8 (.9)	1.7 (1.1)	.9 (.8)	2.8 (3.6)	p=.05
17. evaluatie	.8 (1.1)	2.8 (1.9)	1.6 (1.3)	1.6 (1.1)	.8 (1.4)	p <.00
20. schriftelijke weergave						
geen aandacht	2	4	1	-	7	n.s.
wel	8	12	11	8	8	
21. leerling als model						
geen	9	-	7	1	14	chi-kwadraat
wel	1	16	3	7	1	=38.4 (p <.00)
22. ruimte voor probleem-oplossingsactiviteiten						
1. veel	2	-	4	-	-	
2. redelijk	1	-	4	-	6	
3. gaat	3	6	4	5	9	
4. weinig	4	10	-	3	-	

152

151

6.11. De implementatie van het programma

I. Het experimentele onderwijsleerprogramma
Zoals in paragraaf 5.4 aangegeven, wordt er in deze studie van uitgegaan dat van een voldoende implementatie kan worden gesproken als in de uitvoering in voldoende mate relevante programma-kenmerken kunnen worden waargenomen. Als criterium voor voldoende wordt aangehouden 70%. De bepaling van de implementatiegraad is gebeurd door middel van observaties en door middel van interviews met de leraren. Het criterium van 70% wil in zijn algemeenheid zeggen dat programmakenmerken in 70% van de waargenomen tijdseenheden, bijvoorbeeld de lessen, moeten voorkomen. Bijvoorbeeld: gewenst is dat interactieve werkvormen worden gehanteerd. Deze zouden dan volgens genoemd criterium in 70% van de geobserveerde lessen moeten voorkomen.

Op grond van de observaties en de gesprekken met de docenten worden in het volgende taxaties gegeven van de implementatiewaarde van de genoemde kenmerken van het onderwijsprogramma. Per kenmerk wordt de mate van implementatie weergegeven door middel van een percentage dat een schatting weergeeft van uitgevoerde activiteiten, gebaseerd op de observaties. Daarnaast zijn percentages vermeld die de geschatte mate van uitvoering van activiteiten weergeven zoals die aan de docenten zelf zijn gevraagd aan de hand van de kenmerkenlijst (zie par. 5.3). Voor de volledigheid zijn de oordelen van alle 5 betrokken 'experimentele' leraren weergegeven (tabel 6.38).
Over de implementatie kan nu het volgende worden opgemerkt aan de hand van deze tabel.

Een aantal kenmerkende aspecten van het programma kan als goed geïmplementeerd beschouwd worden.
De interactieve werkvormen (onderwijsleergesprek en groepsonderricht) scoren samen boven de 70%; dit is eveneens het geval bij retrospectie, bespreken alternatieve aanpakken, de probleemfasen encodering en representatie, schriftelijke weergave van het oplosproces verlangen en de leerstofplanning en lessenplanning. Niet alle observaties worden sterk gesteund door de oordelen van de leraren, m.n. ten aanzien van de probleemfasen encodering en representatie zijn de leraren terughoudender in hun oordeel.
De volgende kenmerken voldoen matig aan het gestelde criterium (> 50% en <70%): verbinding grote lijn in de leerstof, notaties, formules en operaties, hardopdenken en de probleemfasen afwikkeling en evaluatie. Op de kenmerken hardopdenken en de probleemfase evaluatie zijn de leraren echter van oordeel dat zij dat veel minder aandacht hebben gegeven dan uit de observaties zou blijken.
Aan twee - niet geobserveerde - kenmerken is volgens de leraren weinig aandacht gegeven, namelijk het expliciet gebruik van de basisheuristiek zoals verstrekt op een poster en het opnemen van tips en hints betreffende de probleemaanpak in het werkschrift.

TABEL 6.38: OVERZICHT VAN GETAXEERDE IMPLEMENTATIEWAARDEN VAN HET ONDERWIJSPROGRAMMA PER KENMERK, IN PERCENTAGES, GEBASEERD OP DE OBSERVATIES (2E KOLOM) EN OP DE OORDELEN VAN DE DOCENTEN ZELF (3E T/M 7E KOLOM); KOLOM 8 GEEFT HET GEMIDDELDE VAN DE DOCENTENOORDELEN WEER

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
	observaties	gesprekken met docenten					gem.
		1	2	3	4	5	
A. Lesstructuur/ didactische werkvormen							
werkvormen:							
1. frontaal	13	80	0	25	50	25	36
2. onderwijsleergesprek	39	50	25	75	50	100	60
3. groepsonderricht	36	50	75	75	75	0	55
4. individueel werken	2	25	25	0	25	50	25
B. De leerstof							
5. verbinding, grote lijn in de leerstof	62	25	0	50	80	80	47
6. notaties)							
7. formules)	61	75	50	50	25	80	56
8. bewerkingen/operaties)							
9. toepassingen in de praktijk	27	0	0	0	25	0	5
C. Activiteiten leerlingen							
10. toelichting aanpak in termen van heuristieken	46	25	0	50	80	0	31
11. hardopdenken	52	0	25	25	50	0	20
12. retrospectie van de leerlingen	89	80	50	25	75	100	66
D. Probleemoplossen/probleemaanpak							
13. bespreken alternatieve aanpakken	90	50	75	50	80	100	71
instructie in fasen probleemaanpak:							
14. encodering	82	25	50	25	25	100	45
15. representatie	74	25	25	25	25	25	25
16. afwikkeling	61	25	25	25	50	100	45
17. evaluatie	67	25	0	25	50	25	25
18. gebruik basisheuristiek	-	0	25	25	25	0	15
19. verzamelen tips en hints	-	0	25	50	50	0	25
20. schriftelijke weergave van het oplosproces	77						
21. leerling als model	49						
22. ruimte bieden voor probleemoplossingsactiviteiten zoals verwoorden, lezen, evalueren aanpak, e.d.	-	-	-	-	-	-	
E. Huiswerk							
23. instructie m.b.t. uitschrijven aanpak en nadruk op het proces	43	25	25	50	50	80	46
24. opgevenvermeldehuiswerkopdrachten	-	0	25	25	25	0	15
F. Planning leerstof Het programma geeft aanwijzingen omtrent de leerstof zoals in het jaarprogramma opgenomen							
25. leerstofplanning (opgaven zoals aangegeven in het leerboek)	>70	100	100	100	100	100	100
26. lesplanning (lesdelen zoals aangegeven in het programma)	>70	-	-	-	-	-	

Geconcludeerd kan worden - zij het met enige terughoudendheid - dat het programma als voldoende geïmplementeerd kan worden beschouwd. Voor de conclusie dat er sprake is van voldoende implementatie kan

gewezen worden op een aantal programmakenmerken die wel of bijna aan het gestelde criterium voldoen. De terughoudendheid vloeit voort uit het gegeven dat een kleiner aantal programma-kenmerken niet het criterium van 70% behaalt en de hier en daar optredende discrepantie tussen de observaties en de interviewgegevens.

II. De controleconditie
Het onderwijs in de controleklassen is veel minder intensief gevolgd dan dat in de experimentele klassen. Er is in elke klas één keer geobserveerd. De algemene conclusie is dat in grote lijn dezelfde leerstof in de desbetreffende periode is behandeld.

III. Verschillen tussen controleconditie en experimentele conditie
In beide condities is de Percia-vragenlijst voorgelegd. Hiermee werden een aantal kenmerken van onderwijs gemeten die a. kenmerkend zijn voor goed onderwijs (orde houden, differentiërende maatregelen, verstandhouding leraar-leerling, enz.) en b. die kenmerkend zijn voor aktief onderwijs met nadruk op inzicht, beheersing en toepassing van wiskundekennis (zie par. 5.3 en 6.9).
Uit de vragenlijst blijkt dat de beide condities alleen verschillen op de items die tezamen de 'samenwerking' operationaliseren. De experimentele leerlingen werken meer met elkaar samen dan de controle-leerlingen. Samenwerking kan bevorderend zijn voor leren probleemoplossen.

Nabeschouwing
De vraag of het experimentele programma als voldoende geïmplementeerd mag worden beschouwd, kan positief worden beantwoord.
Belangrijke elementen van het programma als interactieve werkvormen, begrijpen van notaties, retrospectie, bespreken alternatieve aanpakken, aandacht voor lezen, begrijpen en representeren van een opgave, werden alle meer dan voldoende in de uitvoering waargenomen. Ten aanzien van de geplande leerstofonderwerpen en de geplande lesonderdelen geldt dit eveneens. Het oordeel van de leraren zelf ten aanzien van de onderzochte kenmerken is in grote lijn in overeenstemming met de observaties. Hier kunnen nog aan toegevoegd worden de waarnemingen met betrekking tot niet geplande elementen van het lesgeven die echter wel als voorwaardelijk voor goed onderwijs opgevat kunnen worden (Harskamp, 1988) en die met de Percia-schaal werden gemeten (zie par. 6.9). Beide condities verschillen niet op vier van de vijf gemeten dimensies; de dimensie die wel verschil maakte, betrof de samenwerking tussen de leerlingen. In de experimentele conditie werd naar het oordeel van de leerlingen zelf meer tussen de leerlingen samengewerkt; samenwerking tussen leerlingen in taakgerichte groepjes wordt als een pluspunt van het experimentele programma opgevat.

Een voorwaarde voor implementatie van het programma is dat de leraren het programma willen uitvoeren en dat er niet te veel knelpunten optreden. Uit de observatie-gegevens over de uitvoering werd al

geconcludeerd dat er sprake was van een voldoende uitvoering van het programma. Dit werd bevestigd in een tussentijdse bevraging van de docenten waarin positief geoordeeld werd over aspecten als omvang, de inhoud, de indeling van de lessen en de verleende ondersteuning.
De gesignaleerde knelpunten betreffen op de eerste plaats het tempo van voortgang in de leerstof. De nadruk die in het experimentele programma gelegd wordt op het oplossingsproces en de bespreking daarvan blijkt in vergelijking met het 'normale' tempo tot verlaging van de snelheid van voortgang te leiden. De idee achter het programma dat dit 'tijdverlies' zichzelf terugverdient vanwege de vergrote probleemoplossingsvaardigheid, werd niet door alle docenten gedeeld. Druk van buitenaf, met name de afgesproken jaarplanningen, waren in deze opvattingen een factor van betekenis.
Een tweede opmerking in dit verband betreft de grotere werkdruk: de aard van het programma brengt met zich mee dat er van de kant van de leerlingen veel meer inbreng is. De leraar moet voortdurend de betekenis van de inbreng van de leerlingen beoordelen om er adekwaat op te kunnen reageren. De voorspelbaarheid van de interactie tussen leraar en leerlingen neemt daardoor af.
Een derde aantekening betreft de opmerking van een docent omtrent het (te) lage niveau van één van zijn (experimentele) klassen. Dit te lage cognitieve niveau vormde zijns inziens een belemmering voor de uitvoering van het project. Deze klas scoort echter niet extreem laag op de toetsen.
De gemaakte opmerkingen laten echter onverlet dat de voorwaarden voor uitvoering van het programma wat betreft deze aspecten voldoende vervuld waren.

Het reguliere onderwijs is minder intensief bestudeerd dan het experimentele programma in uitvoering. Uit de waarnemingen is gebleken dat bepaalde kenmerken voorkwamen, zoals retrospectie. Veel voor het experimentele programma kritische kenmerken als interactieve werkvormen en het aangeven van heuristische regels konden echter niet worden waargenomen. Met enige voorzichtigheid kan gesteld worden dat het reguliere onderwijs gekenmerkt werd door de gebruikelijke volgorde van uitleg van theorie, oefenen met opgaven, bespreken van opgaven met enige aandacht voor het oplosproces. In geen enkel geval beschikte een leraar uit de controleconditie over het experimentele onderwijsleerprogramma.

Het gegeven onderwijs na afname van de eindtoets en voor afname van de retentietoets is slechts summier in kaart gebracht. Uitlatingen van deelnemende leraren wijzen erop dat vooral vanwege de afgesproken leerstofplanning het tempo werd verhoogd, met als gevolg veel minder inbreng van de leerlingen bij het behandelen van opgaven en minder nadruk op het oplosproces en heuristiekgebruik van de leerlingen zelf.

7. BESPREKING VAN DE RESULTATEN EN CONCLUSIES

In dit laatste hoofdstuk worden de resultaten bediscussieerd en worden conclusies getrokken. In de eerste twee paragrafen wordt ingegaan op de uitvoering van het programma en de gestelde onderzoekshypothesen (7.1 en 7.2). In de daaropvolgende paragraaf worden kanttekeningen geplaatst bij de onderzoeksopzet (7.3). In paragraaf 7.4 wordt geprobeerd de resultaten te verbinden met theoretische noties omtrent leren en instructie. Tenslotte worden in de laatste paragraaf (7.5) enige opmerkingen over de relatie tussen domeinkennis en strategische kennis en de optimalisering daarvan gemaakt.

7.1. De uitvoering van het onderzochte wiskunde-onderwijs

Over de uitvoering van het experimentele programma werd in par. 6.11 geconcludeerd dat deze in voldoende mate heeft plaatsgevonden. De observaties wezen uit dat bij een aantal belangrijke kenmerken als interactieve werkvormen, retrospectie, bespreken alternatieve aanpakken, encodering, representatie en schriftelijke weergave van het oplosproces, een goede implementatie werd bereikt. Op enkele andere kenmerken, o.a. afwikkelen en evaluatie, is hiervan in mindere mate sprake.
De deelnemende leraren zelf waren ook van mening dat het uitgeschreven onderwijsprogramma op een aantal kenmerken goed gevolgd was. Andere kenmerken, o.a. evaluatie en hardopdenken, zijn veel minder uitgevoerd dan uit de observaties zou blijken, volgens de leraren. Ernstige belemmeringen in de uitvoering zijn niet geconstateerd. Ten aanzien van het reguliere onderwijs - de controleconditie - kan wegens het geringer aantal observaties met minder stelligheid over de uitvoering worden gesproken. Echter, er zijn geen aanwijzingen uit de observaties of gesprekken met de leraren naar voren gekomen, die wijzen op ernstige storende factoren. Uit de resultaten op de Percia-lijst (waarneming van het onderwijs door de leerlingen) blijkt dat tussen beide condities veel overeenkomsten in het onderwijs aan te treffen zijn. Alleen op het punt van onderlinge samenwerking is verschil: experimentele leerlingen werken meer samen. Toch is een vergelijking tussen de resultaten van de leerlingen van de experimentele en van de controlegroep goed mogelijk omdat voldoende verschillen tussen het experimentele programma en het reguliere onderwijs aangenomen kunnen worden.

7.2. De effecten bij de leerlingen: onderzoekshypothesen

In deze paragraaf worden de leerlingeffecten besproken aan de hand van de geformuleerde onderzoekshypothesen (zie par. 5.1).

1. De leerlingen uit de experimentele conditie scoren hoger op de eindtoets dan die uit de controleconditie, rekening houdend met hun algemeen schoolgeschiktheidsniveau en met hun wiskundig probleemoplossingsniveau.
   Gegeven de hierboven gemaakte opmerking over de implementatie van het onderwijsleerprogramma kan hieruit geconcludeerd worden dat het programma effect heeft gehad. De berekende effectgrootte (ES=.704) wijst op een groot effect in de verwachte richting.
   Uit de gegevens omtrent de procesvariabelen (zie par. 6.4) blijkt dat in de experimentele groep meer van heuristische regels en van reflectie gebruik wordt gemaakt dan in de controlegroep. In beide condities is het gemiddelde op deze variabelen echter niet erg hoog. Hierbij kan worden aangetekend dat gezien de aard van de processen die deze variabelen representeren, hoge gemiddelden ook niet verwacht mogen worden. Het gaat immers om processen en overwegingen die gewoonlijk niet zichtbaar gemaakt worden. Ten aanzien van het begrijpen van de opgaven verschilden de beide groepen niet van elkaar.
   Er is voorts een tendens dat intelligentie een differentiële invloed heeft in de condities. Onder intelligentie moet hier verstaan worden 'exact redeneervermogen'; het werd gemeten met de subtest van de DAT '83, Figuren Reeksen. Er kon echter geen interactie-effect worden vastgesteld, hoewel de correlatie tussen intelligentie en de prestatie op de eindtoets in de experimentele groep hoger is dan in de controlegroep (zie fig. 6.3). Van Streun (1989) vond eenzelfde soort effect ten aanzien van zijn condities, maar ook hij kon geen significante interactie vaststellen. Niettemin blijft het opvallend dat, ondanks een kleinere spreiding in de experimentele groep, de correlatie toch hoger is in vergelijking met de controlegroep (zie verder bij punt 2 hieronder). Tussen het algemeen schoolgeschiktheidsniveau zoals aangegeven met het schooladvies door de basisschool en de conditie is evenmin een interactie. Ook met de begintoets is geen interactie. De variabele intelligentie kon niet in de covariantie-analyse worden betrokken wegens de zeer ongelijke varianties in beide groepen (49.4 versus 78.8). Hierdoor kon het conditie-effect minder precies worden geschat dan beoogd was.
   De conclusie naar aanleiding van deze hypothese luidt dat het onderwijsleerprogramma een groot effect heeft gehad op het oplossen van wiskundige vraagstukken.

2. Op de retentietoets verschillen de gemiddelden van de scores van beide condities niet significant van elkaar. Ook in deze analyse werd rekening gehouden met aanvangsverschillen op de variabelen advies van de basisschool (algemeen schoolgeschiktheidsniveau) en prestaties op de begintoets (wiskundig probleemoplossen). De berekening van de effectgrootte leverde een verwaarloosbaar effect op (ES=.04). Drie maanden na afloop van het programma kon er derhalve geen verschil in probleemoplossingsvaardigheid geconsta-

teerd worden. Dit zou kunnen betekenen dat het effect van het programma onder de condities zoals die voorkwamen, niet blijvend is.
In tegenstelling tot de resultaten op de eindtoets is de correlatie tussen intelligentie en prestatie op de retentietoets bij de leerlingen van de controleconditie hoger dan bij de experimentele leerlingen. De correlatie tussen intelligentie en begintoets is in beide condities vrijwel gelijk. De correlatie loopt uiteen op de eindtoets en op de retentietoets. Op de retentietoets lijken de scores van de controleleerlingen afhankelijker van intelligentie dan bij de experimentele leerlingen. De invloed van intelligentie kan wellicht ook zo aangeduid worden: voor het verwerven van de strategische kennis, dus in de opbouwfase, is er meer invloed van intelligentie; in de fase van beklijven, als men de beschikking heeft over de strategische kennis, neemt de invloed van de intelligentie zoals gemeten met de DAT af; deze invloed wordt kleiner vanwege de vertrouwdheid met het aanpakken van opgaven in de experimentele groep. Eveneens is de correlatie tussen de begintoets en de retentietoets bij de controlegroep-leerlingen hoger dan bij de experimentele leerlingen. Ook hier kon evenals bij de eindtoets in beide gevallen echter geen interactie-effect worden vastgesteld. De relatie tussen het advies basisschool en de retentietoets is in beide condities vrijwel gelijk.
In de gehanteerde covariantie-analyse kon ook hier de variabele intelligentie niet gebruikt worden vanwege de ongelijke varianties in de beide groepen (44.4 en 76.9).

3. De resultaten op het leerlingverslag wijzen uit dat de experimentele leerlingen meer zeggen van het gegeven onderwijs geleerd te hebben dan de controlegroep-leerlingen. De leerlingen gaven dit aan met hun oordeel over leerervaringszinnen zoals 'Ik heb geleerd om bij meetkunde-opgaven alles wat ik weet in de tekening erbij te schrijven'. Deze bevinding duidt erop dat het experimentele onderwijsprogramma het beoogde effect heeft gehad. Het oplosgedrag van de experimentele leerlingen lijkt meer in overeenstemming met de denkrichtlijnen dan dat van de controlegroep-leerlingen.

In het programma is een sterke nadruk gelegd op de eerste fasen van het probleemoplossingsproces, het begrijpen van de opgaven en de vorming van geschikte probleemrepresentaties. Ook nadruk op bewustwording van de aanpak en oplossing van problemen werd door de gegeven instructies en te verrichten leeractiviteiten sterk benadrukt. Uit het oordeel van de leerlingen op de leerervaringszinnen blijken deze accenten doorgewerkt te hebben op het leren van de leerlingen. Ook de analyse van de gemaakte opgaven - beoordeeld op een aantal procesaspecten - geeft ondersteuning aan de conclusie dat het experimentele programma de beoogde effecten bereikt heeft. Hierbij moet onmiddellijk aangetekend worden dat het effect tijdelijk leek te zijn.

Over het programma zelf kan het volgende worden opgemerkt. Aan het leerlingmateriaal (het wiskundeboek) waren geen extra instructies toegevoegd; wel werd een overzicht van de basisheuristiek verstrekt aan de leerlingen.
Het blijkt derhalve mogelijk een probleemoplossingsprogramma effectief te doen zijn waarbij aanwijzingen voor de leerlingen grotendeels door de docent worden verstrekt. Het programma was gedetailleerd opgezet, maar tevens was kenmerkend voor het programma dat de wijze van overdracht van instructies en aanwijzingen voor de aanpak van de opgaven vrij gelaten was. Er was niet zozeer sprake van een uitgeschreven gewenst handelingsverloop (zie Mettes & Pilot, 1980) dat telkenmale bij opgaven gevolgd diende te worden. De gegeven aanpakinstructies werden door de docent steeds in termen van de opgave aan de orde gesteld. Deze vrije, maar wel steeds voortdurende herhaling van instructies gericht op de aanpak en gericht op de bewustwording van het aanpakproces blijkt effectief te kunnen zijn.

Uiteraard vraagt de bevinding dat het effect na drie maanden verdwenen lijkt, om een verklaring.
Vermoed kan worden dat, ondanks aanvaarding van de innovatieve ideeën, de ondersteuning door een tamelijk gespecificeerd programma niet gemist kan worden na een implementatieperiode van slechts vier maanden. De vertaling van de bedoelingen van het programma op eigen kracht bleek niet of onvoldoende te gebeuren.
Uitlatingen van leraren omtrent de ervaren planningsdruk en de extra inspanningen die uitvoering van het programma vergden, wijzen erop dat men liever de eigen onderwijsroutines weer wilde hanteren. Voor de leerlingen is de duur van vier maanden kennelijk nog te kort om het geleerde voldoende vast te houden om een substantieel effect te kunnen vaststellen. Vermoed kan ook worden dat het tempo na afloop van de experimentele periode verhoogd is om de vermeende achterstand in leerstofplanning in te halen. Dit kan ertoe hebben geleid dat de verworven probleemaanpak niet de kans heeft gekregen te consolideren. Het zou zelfs zo kunnen zijn dat door de versnelling in het behandelen van de leerstof de experimentele leerlingen ten opzichte van de controlegroep-leerlingen in het nadeel raakten. Versnelde behandeling zou wel eens verwerving en beklijving van de aanpakvaardigheden hebben kunnen belemmerd.

7.3. Aantekeningen bij de onderzoeksopzet

Met de onderzoeksopzet werd beoogd ondanks niet-gerandomiseerde toewijzing van leerlingen aan de condities, een mogelijk effect zo scherp mogelijk vast te stellen. Een causaal verband vaststellen tussen de uitvoering van het onderwijsprogramma en resultaten van leerlingen is in een veldstudie zoals de onderhavige echter geen vanzelfsprekendheid. Dit is evenmin het geval met het generaliseren van de bevindin-

gen naar andere leerlingen, scholen en tijden. Vandaar dat in deze paragraaf wordt ingegaan op enkele mogelijke bronnen die afbreuk aan de validiteit van het onderzoeksdesign zouden kunnen doen. Deze bronnen worden behandeld onder de noemers interne validiteit en externe validiteit (Cook & Campbell, 1979). Interne validiteit heeft betrekking op de sterkte van de relatie tussen de afhankelijke en onafhankelijke variabelen en de interpretatie van de causaliteit ervan. Externe validiteit heeft - gegeven een causale relatie - betrekking op de construct-validiteit van de variabelen in kwestie en de generaliseerbaarheid van de gevonden relatie naar andere personen, situaties en tijdsperioden.

Interne validiteit

Reichardt (1979) wijst erop dat o.a. meetfouten, groeiprocessen en selectiemechanismen afbreuk kunnen doen aan de preciesheid van schatting van het effect. Op een aantal factoren wordt hieronder ingegaan.

Ervaring met de voortoets zou een onbedoeld positief effect kunnen hebben op de prestaties op de latere toetsen; erg waarschijnlijk is dit echter niet, daar de voortoets inhoudelijk afweek van de eindtoets en retentietoets. Daarbij komt dat de vormgeving (vraagstukken) in het wiskunde-onderwijs zeer gebruikelijk is. Een verschillend effect van de voortoets op de beide condities ligt dan ook niet voor de hand, zo er al sprake van effect zou zijn. Er is bovendien geen interactie-effect tussen begintoets en conditie vastgesteld.

De gebruikte meetinstrumenten kunnen volgens de literatuur (Reichardt, 1979) ook een bedreiging voor de (interne) validiteit inhouden. Hierover valt het volgende te zeggen. De gehanteerde instrumenten waren hetzij bestaande, beproefde instrumenten, dan wel door de onderzoeker ontwikkelde. De begin-, eind- en retentietoets en het leerlingverslag behoren tot de laatste categorie. Begin- en eindtoets werden in een pilot-onderzoek onderzocht op 'maakbaarheid' voor de leerlingen en de moeilijkheidsgraad. De gebruikte retentietoets was een variant van de eindtoets. Belangrijk is op te merken dat de scoring van alle drie toetsen geschiedde door een student wiskunde die daarvoor werd betaald en die voor het overige niet bij het project was betrokken. De begintoets is door twee beoordelaars gescoord.

De scoring op de eindtoets en retentietoets vormt echter niet zozeer een probleem als wel die op de begintoets. Meetfouten daar kunnen immers leiden tot een onderschatting van de hellingshoek van de regressielijn, en daarmee tot een verkeerde schatting van het experimenteel effect. De begintoets is echter door twee beoordelaars gescoord en de interbeoordelaarscoëfficiënt was voldoende hoog (zie par. 5.3 en bijlage 5.5) om te kunnen zeggen dat hier hoogstwaarschijnlijk geen bedreiging voor de validiteit te vinden is.

Groeiprocessen worden eveneens als belangrijk aangemerkt als het gaat om de vraag in hoeverre er een bedreiging van de validiteit optreedt. Voor differentiële effecten van ontwikkelingsprocessen bij de leerlingen zijn geen aanwijzingen gevonden. Er is geen aanleiding om te veronderstellen dat de controlegroep-leerlingen vanwege andere ontwikkelingsprocessen 'in het nadeel' zouden zijn geraakt ten opzichte van de experimentele leerlingen of omgekeerd. Verschillen tussen jongens en meisjes zouden hier eventueel een rol hebben kunnen spelen omdat de controlegroep relatief meer meisjes telt (zie par. 6.2). Het is echter gebleken dat er geen interactie-effect tussen sekse en conditie ten aanzien van de eindtoets en retentietoets kon worden vastgesteld. Er zijn eveneens geen opvallende wellicht tot onbedoelde neveneffecten leidende externe gebeurtenissen waargenomen. Maar opgemerkt moet worden dat noch bij de experimentele noch bij de controlegroep-leerlingen alle mogelijke externe 'bedreigende' factoren in kaart konden worden gebracht.

Externe validiteit
Na de keuze voor het type school en de ligging ervan is vervolgens de verdere keuze van de leraar bepaald door de opvatting omtrent wiskundig probleemoplossen (zie par. 6.1). Grotendeels is dit gelukt, benaderde wiskundesecties en -leraren verklaarden zich allen voorstander van een dergelijke benadering van het wiskunde-onderwijs. Opgemerkt moet worden dat het organisatorisch niet mogelijk bleek potentieel deelnemende leraren at random toe te wijzen aan één van beide condities. Verwacht mag worden dat door matching op de attitude van de leraar ten aanzien van wiskundig probleemoplossen, een belangrijke foutenbron is weggenomen.
Een tweede aantekening betreft de deelname van de twee leraren die ook meewerkten aan de ontwikkeling van het programma in het voorgaande schooljaar. Hoewel zij meer ervaring met het programma hadden dan de andere drie leraren, blijkt uit de implementatieresultaten niet dat zij een uitzonderingspositie ten aanzien van de uitvoering innamen. Vanwege dit gegeven vormt hun grotere ervaring geen beletsel voor generalisatie naar andere leraren.
De keuze van leerlingen hing samen met keuze van de school en leraar. Via matching op enige school- en curriculumvariabelen is getracht mogelijke beletselen als gevolg van niet-random toewijzing aan de condities, voor generalisatie naar andere leerlingen, weg te nemen. Er zijn geen aanwijzingen gevonden dat de experimentele leerlingen en de controlegroep-leerlingen ten opzichte van elkaar of ten opzichte van niet-projectleerlingen zich essentieel van elkaar onderscheiden.
Met de nodige voorzichtigheid kan dan ook gesteld worden dat de gevonden resultaten gegeneraliseerd kunnen worden naar andere situaties en leerlingen, met de aantekening dat het wel gaat om leraren die positief staan tegenover leren probleemoplossen in het

wiskunde-onderwijs en om leerlingen die onderwijs krijgen volgens de methode Moderne Wiskunde of een daarmee vergelijkbare methode.

Over generalisatie naar toekomstige tijdsperioden kan het volgende worden gezegd. Het reguliere onderwijs zoals in dit project waargenomen (de controleconditie), zal wellicht niet meer kunnen worden aangetroffen. Er is immers als gevolg van ontwikkelingen in het vak rekenen-wiskunde in het basisonderwijs en in de bovenbouw van de HAVO en VWO (de introductie van wiskunde op realistische principes gestoeld, o.a. gerealiseerd in de zgn. Hewet- en Hawexprojecten) een trend naar meer interactief onderwijs waarneembaar. De Commissie Ontwikkeling Onderbouw Wiskunde bereidt momenteel een leerplan in dezelfde geest voor ten behoeve van de onderbouw in het voortgezet onderwijs (COW, 1989; Meijer, Riemersma, Kok en Vries, 1990; Nieuwe Wiskrant, 1990). In hoeverre deze innovatie snel zijn beslag zal krijgen, is moeilijk te voorspellen, ook vanwege de moeizame politieke besluitvorming inzake de zgn. basisvorming in het voortgezet onderwijs. Het is anderzijds wel zo dat de kenmerken en bedoelingen van het experimentele onderwijsleerprogramma sporen met de voorgenomen vernieuwing van het wiskunde-onderwijs. Met name de kenmerken 'nadruk op de eigen constructies van de leerlingen en actieve inbreng in het onderwijsleerproces' en 'het gebruik van heuristische middelen' stemmen overeen met de kenmerken van het hier bestudeerde onderwijsprogramma.

7.4. De betekenis van de resultaten voor theorie en praktijk

De betekenis van de gevonden resultaten kan duidelijk gemaakt worden door deze te relateren aan theorieën over leren, probleemoplossen en instructie. In hoofdstuk 1 en 2 zijn theoretische en empirische bevindingen geformuleerd die richting gaven aan deze studie. Samengevat werd daar het volgende gesteld:
Al aan het begin van het oplosproces, bij het aanbieden van de opgave ontstaat voor veel leerlingen een impasse. Zij weten niet hoe de opgave aan te pakken. Men slaagt er niet in verworven kennis te benutten om een vruchtbare representatie van de opgave op te bouwen. Er zijn daarom programma's ontwikkeld die het gestelde probleem het hoofd probeerden te bieden. Uit een nadere analyse van deze programma's bleek het belang van a. instructies gericht op bewustwording van oplosprocessen; b. een vruchtbare representatie of schematische voorstelling van de opgave en c. sterke verwevenheid van instructies met betrekking tot het oplosproces en de benodigde vakkenis. Hierop aansluitend werd het onderwijsleerprogramma zodanig ontworpen dat instructies ten aanzien van het oplossen steeds in relatie met de aan de orde zijnde vakkennis gegeven werden. Dit werd geconcretiseerd in de ordening van de klassesituatie, de rol van de docent, de vormgeving van de leerstof, de ingebrachte heuristische regels en de rol van de

leerling. Het gewone curriculum werd als het ware verrijkt door toevoeging van een kennisrepertoire omtrent het probleemoplossingsproces dat ertoe leidde dat het leren van het zelf problemen oplossen ('leren door doen') ondersteund werd vanuit de leerkracht, de medeleerlingen en de leerling zelf.

Het hier bestudeerde onderwerp heeft een individuele en sociale dimensie. De individuele dimensie heeft betrekking op de individuele lerende probleemoplosser die leert door doen. De notie van 'leren door doen' is door diverse auteurs (Anzai & Simon, 1979; Elshout, 1987; Jansweijer, 1988) nader uitgewerkt. Door Jansweijer (1988) is deze theorie in een computationeel model geformuleerd. Verbaal geformuleerd komt deze theorie op het volgende neer.
Probleemoplossen verloopt op twee niveaus, een object-niveau en een meta-niveau. Het model is doelgericht, kennisgedreven en heeft een werkgeheugen dat steeds alle geactiveerde kennisstructuren bevat. De voortgang van het probleemoplossingsproces wordt vastgelegd zodanig dat impasses opgemerkt kunnen worden en eventueel gerepareerd. Daartoe wordt een meta-probleemoplosser verondersteld die het oorspronkelijke oplosplan aanpast door bijstellingen, bijvoorbeeld door de opbrengst van een heuristische regel toe te voegen. De object-probleemoplosser kan het oplosproces dan vervolgen met nieuwe informatie. Er wordt een expliciete voor verandering vatbare structuur geïmplementeerd waaraan de controle van het oplossingsproces wordt ontleend (Jansweijer, 1988:159 e.v.).

De sociale dimensie wordt in deze studie beperkt tot 'leren met externe instructie en ondersteuning'; het gaat derhalve om de invloed van de docent en medeleerlingen. Hiermee wordt tevens aangegeven dat de theorie over 'leren door doen' onvoldoende is voor wat betreft leren in schoolse situaties, vanwege het ontbreken van de instructiekant.
De invloed van instructie op het leren kan als volgt worden aangegeven:
- de lerende verkrijgt terugkoppeling op het proces c.q. het resultaat, hetgeen een eigen beoordelingsproces niet nodig maakt;
- declaratieve kennis wordt toegeleverd waarmee de 'leerruimte' verkleind wordt en dus overzichtelijker gemaakt;
- de externe instructie-structuur (docent, medeleerlingen) levert modellen voor procesbeheersing en -sturing;
- de externe structuur neemt voor een deel de functie van de meta-probleemoplosser over.

Met de hierboven aangegeven bouwstenen is nog niet het proces van leren aangegeven. Door Rumelhart en Norman (1978; Jansweijer, 1988:182) zijn drie typen leren beschreven, te weten "accretion" (verwerving van declaratieve kennis), "restructuring" (reorganiseren van al verworven kennis) en "tuning" (verfijnde afstelling van kennis op bepaalde taken).

De betekenis hiervan voor deze studie is dat aanvankelijk declaratieve kennis voorgelegd wordt (uitleg over het oplosproces, aanbieden heuristische regels); door herhaalde toepassing wordt deze kennis gebruiksgeschikt en wordt afgestemd op te maken opgaven ('tuning'), eventueel na een fase van interne verwerking en herstructurering (verwerven van inzicht). Op het belang van deze fase van herstructurering wordt nog teruggekomen.

In een veldstudie als deze is het vrijwel onmogelijk precies die factoren of variabelen aan te wijzen die in causale relatie staan met de afhankelijke variabelen. Het is niet goed mogelijk het onderwijsleerprogramma te verdelen in afzonderlijke variabelen. Niettemin kan op de hierboven aangegeven twee niveaus gepoogd worden de betekenis van de resultaten als volgt aan te geven.

De leerling als individuele probleemoplosser

Probleemoplossen is een activiteit waarbij op grond van (onvolledige) gegevens de oplosser een schema construeert van de oplossing, een schema of representatie dat vervolgens ingevuld of ontwikkeld moet worden. Een representatie vormen en ontwikkelen is een proces waarbij diverse soorten kennis van belang zijn: declaratieve, procedurele en strategische (De Jong, 1986). Zolang een eindoplossing niet gevonden is, zal er een voortdurende wisselwerking zijn tussen de diverse kennisbestanden; dat wil zeggen steeds zal geprobeerd worden die soort kennis in te zetten die op dat moment van belang kan zijn. Dus soms moet je even weten wat een functie ook al weer is (declaratieve kennis), soms moet je kwadraten kunnen afsplitsen (procedurele kennis) en soms is het nodig voor de overzichtelijkheid een tabel te maken van de relevante gegevens (heuristische kennis: weten wanneer een tabel handig is).
Kenmerkend voor probleemoplossen bij beginners is dat dit proces veelal via impasses en reparaties van impasses verloopt (Jansweijer, 1988; Jansweijer, Elshout en Wielinga, 1990). De aanvankelijke representatie is kennelijk meestal onvoldoende basis voor een succesvolle afwikkeling, zodat een proces van oplospogingen, stagnaties en reparaties om de stagnaties op te heffen, volgt. Het repareren heeft veelal het karakter van gebruik van algemene, heuristische regels. De sturing van het oplosproces vereist dan ook in feite sturing op twee niveaus. Het eerste niveau heeft betrekking op de afwikkeling op vakkennis of objectniveau, d.w.z. er worden vakspecifieke operaties uitgevoerd die tot een oplossing kunnen leiden. Het tweede niveau, kun je zeggen, treedt in werking als het proces op het eerste niveau stokt, de vakspecifieke operaties niet tot een oplossing schijnen of blijken te leiden en er dus kennelijk een impasse moet worden overwonnen. Op dat moment moet je op een ander niveau bedenken, hoe nu verder? Uit analyses van protocollen van hardopdenkende tweedeklassers in het voortgezet onderwijs blijkt dat als de oplossing vlot verloopt, het proces heel goed met kennisspecifieke regels kan worden beschreven.

Op het moment dat de leerling het niet weet, blijkt een beschrijving van het proces met heuristische regels beter te voldoen (Riemersma & Meijer, 1983; Meijer en Riemersma, 1986). Met andere woorden, bij stagnatie wordt teruggevallen op regels die activiteiten aangeven waarbij geprobeerd wordt het beeld of de representatie zodanig te transformeren c.q. te verrijken (bijv. met een tekening, een tabel, toevoeging van een definitie, o.i.d.) opdat het oplosproces op het vakspecifieke niveau weer voortgang kan vinden.
Welnu, het is kennelijk gelukt de leerlingen tijdens de experimentele periode zodanig te instrueren dat zij bij stagnatie inderdaad met behulp van meta-regels het proces weer vlot trekken en verder kunnen. Immers, de meta-regels of heuristische regels, al of niet van eigen bedenksel, waren enerzijds uitstijgend boven het vakspecifieke niveau, maar anderzijds specifiek genoeg om in de oplossingssituatie bruikbaar te zijn. Regels als: maak een tekening, sla een definitie op, zet de gegevens in een tabel, e.d. kunnen kennelijk heel wel een vastgelopen oplossingsproces weer op gang brengen. Welke regels voor wat verantwoordelijk zijn, vereist overigens onderzoek op het niveau van protocolanalyse.
Over het type activiteiten en regels kan wel iets gezegd worden op grond van de procesanalyse van de gemaakte opgaven. Het blijkt (zie par. 6.4 en 6.5) dat experimentele leerlingen meer heuristisch en reflectief gedrag vertonen dan de controleleerlingen. Ook op de retentietoets komt dit naar voren.

In hoofdstuk 1 werd het belang benadrukt van een aanvankelijke eerste representatie van de opgaven. Omdat echter juist beginners maar zelden een volledige oriënteringsbasis zullen kunnen construeren, is de notie van impasse-reparatie zoals belichaamd in het PDP-0 model van beginnende probleemoplossers (Jansweijer, 1988) belangrijk. Dit relativeert het belang van een aanvankelijke eerste representatie, maar geeft juist meer nadruk aan het voortdurend bijstellen van opeenvolgende schematische oplossingen. De bedoeling van de studie was om het beginnersgedrag van leerlingen te bestuderen en na te gaan hoe dit te verbeteren is, d.w.z. condities in het onderwijs te bestuderen die het aanpakken van problemen of opgaven bij een diversiteit van onderwerpen zouden kunnen verbeteren. Het hierboven aangehaalde model laat zien dat niet alleen de allereerste impasse - het moment dat een eerste schema of representatie geconstrueerd moet worden - van belang is. In het instructieprogramma moeten, naast nadruk op een aanvankelijke probleemrepresentatie, ook de middelen verschaft worden om de ontwikkeling ervan in latere fasen te sturen.

De leerling als geïnstrueerde probleemoplosser
Over de condities voor het leren probleemoplossen kan het volgende gezegd worden. Het onderwijsleerprogramma zoals geformuleerd gaf, waarschijnlijk veel meer dan gebruikelijk, feedback ten aanzien van het oplosproces. Er werd terugkoppeling verschaft op het proces van

probleemoplossen, niet zozeer op het antwoord, waardoor de leerlingen als het ware een model van een controle- of beheersingssysteem voorgezet kregen, dat zij geleidelijk overnamen of konden overnemen. De leerlingen leerden hun eigen proces controleren en kregen daarvoor zinvolle instructies en informatie aangereikt, zowel van de docent als van de medeleerlingen. Dit controle-model verschafte de leerlingen eveneens de gelegenheid - of spoorde hen aan - te leren van de ervaringen met het probleemoplossen op twee manieren. Op de eerste plaats leerden ze ontbrekende declaratieve kennis verwerven (door op te zoeken, te vragen, enz.) en wel in een context waarin het nut van die kennis duidelijk was (Jansweijer, Elshout en Wielinga, 1990:141). Ook konden in de terugkoppeling op het oplosproces verklaringen omtrent het succesvolle verloop van dit proces worden gegeven, die weer de basis voor revisie van aanpakstrategieën kon zijn (idem:141).

De meerwaarde van de aangebrachte veranderingen in het wiskunde-curriculum moet gezocht worden in het aanbieden van kennis omtrent structuur of middelen om het oplosproces door de leerling zelf beter te laten structureren. Eveneens gaf het programma gelegenheid tot 'doen' (zie de ontwerpeisen zoals geformuleerd in hoofdstuk 2). Bij het oplossen van een opgave is een veelheid van activiteiten nodig die van elkaar afhankelijk zijn en op elkaar moeten worden afgestemd. Hierdoor werd een aanpak van opgaven bewerkstelligd die voor meer onderwerpen geschikt is. De eindtoets bestaat immers uit vraagstukken die een diversiteit aan onderwerpen bestrijken.
Het instructieprogramma voegde dus niet wiskunde-kennis als zodanig toe (dat was vastgelegd in het leerboek en de keuze daaruit), maar kennis over het oplossen en terugkoppelingsinformatie over verrichte probleemoplossingsactiviteiten. Er is dus enerzijds een fase van 'accretion' dat wil zeggen declaratieve kennis is overgedragen en diende door de leerling verwerkt te worden in het eigen kennisbestand. Er is ook een fase van 'tuning', de verworven aanpakkennis werd verfijnder toegespitst op de te maken opgaven.

De tijdelijkheid van het gevonden effect wijst erop dat de verworven kennis en vaardigheid in het probleemoplossen nog niet erg stabiel was; vermoed kan worden dat er onvoldoende aandacht is besteed aan de 'restructuring' van de aanpakkennis. Het zou kunnen dat te weinig ingegaan is op de betekenis van de aanpakkennis zoals die verwoord was in termen van heuristische regels en de fasering van het oplosproces. De tempoversnellingen in leerstofbehandeling in de periode tussen afname van eindtoets en retentietoets hebben wellicht verhinderd dat de verworven aanpakkennis verankerd kon raken.

7.5. Slotbeschouwing

Deze studie is een speurtocht geweest naar de relatie tussen vakspecifieke kennis en strategische kennis en hoe deze relatie in een onderwijsleeromgeving te optimaliseren.
Het startpunt van de studie lag in de waarneming dat leerlingen vaak niet weten hoe een opgave aan te pakken, niet weten hoe daar een begin mee te maken. Deze impasse weten zij niet te overwinnen, ofschoon zij, objectief bekeken, over de benodigde kennis beschikken. Dit verschijnsel werd aangeduid met de notie dat leerlingen niet weten hoe hun kennis zo te organiseren dat zij deze in de betreffende probleemsituatie effectief benutten. De studie ging er vervolgens van uit dat door de introductie van heuristische regels, gekoppeld aan bewustwording van het verloop van oplosprocessen, leerlingen zouden leren deze impasse te overwinnen. Heuristische regels of algemener strategische kennis heeft een andere functie dan vakspecifieke kennis in het proces van oplossen. Strategische kennis is handelingskennis, men kan het wel in 'declaratieve toestand' bezitten, maar erg zinvol is dat niet, deze kennis moet functioneren als sturingsinformatie voor activiteiten. Dit betekent dat dit soort kennis weliswaar beschreven en 'declaratief' overgedragen kan worden, maar pas zinvol wordt als de eruit voorvloeiende activiteiten als 'ervaringskennis' opgeslagen wordt en benut in latere situaties. Kortom, als deze strategische kennis zich verbindt met declaratieve en procedurele vakkennis tot 'scripts' (Boshuizen, 1989) of 'probleemschemata' (De Jong, 1986). Hoe meer expert iemand is, hoe minder expliciet strategische kennis voor hem is. Voor de leerling (en voor het onderwijs) is explicietheid van strategische kennis juist nodig omdat het een vehikel is om de vakkennis gebruiksgericht te maken.
Het experimentele onderwijsleerprogramma is op deze gedachtengang gebaseerd.

Echter, de tijdelijkheid van het effect doet de vraag rijzen in hoeverre de relatie tussen beide soorten kennis meer geoptimaliseerd kan worden dan bereikt werd in het gebruikte programma.
Hierover worden enige opmerkingen gemaakt, waarbij ingegaan wordt op de variabelen die ontleend werden aan de eerder vermelde analyse van leren denken programma's (zie hfd. 1 en par. 2.2).

De explicietheid van instructies omtrent probleemoplossen is een bevorderende factor; vermoed kan worden dat daar in de experimentele conditie ondanks de verstrekking van de basisheuristiek nog meer aandacht aan had kunnen worden besteed.

Over de mate van geïntegreerdheid van strategische kennis en domeinkennis kan gesteld worden dat nauwe verwevenheid goed lijkt te werken. De bevinding van deze studie is wat dat betreft in overeenstemming met eerder empirisch onderzoek (zie hoofdstuk 1).

Beide soorten kennis - domeinkennis en strategische kennis - zijn noodzakelijk voor een optimale leeromgeving. Hierbij kan worden opgemerkt dat de strategische kennis bij toenemende deskundigheid of expertise als het ware element van domeinkennis wordt: dat wil zeggen dat strategische kenniselementen opgenomen worden in probleemschema's tezamen met vakspecifieke (declaratieve en procedurele) kennis (De Jong, 1986). Hier kan ook een verklaring worden gevonden voor het verschijnsel dat experts slechts met grote moeite kunnen aangeven hoe zij problemen in hun vakgebied aanpakken (Anderson, 1990).

Tijdsduur is een factor van betekenis gebleken. Nogal verrassend bleek in deze studie een experimenteel programma van 4 maanden (met een gepland aantal lessen van 3 per week) toch niet voldoende om de experimentele leerlingen hun voorsprong op de controleleerlingen te doen behouden. De consolidatie van strategische kennis (of liever: de vorming van adequate probleemschema's) is kennelijk een zaak van nog langere adem. Vanzelfsprekend zijn allerlei 'storende' factoren te bedenken waarom de expertise van leerlingen zo langzaam wordt opgebouwd; in hoofdstuk 1 werd een aantal factoren genoemd. Vermoed kan worden dat langdurige aandacht voor het proces van probleemoplossen en daarbij te gebruiken strategische kennis nodig is; hierbij moet wellicht meer gedacht worden aan jaren dan aan maanden. De implicatie hiervan strekt zich uit tot de inhoud van handleidingen en de leerboeken zelf.
In een vervolgstudie zou ondersteuning of verwerping van deze stelling kunnen worden gevonden. Zo'n onderzoek zou er als volgt kunnen uitzien. Het experimentele leerprogramma wordt opnieuw aan leerlingen aangeboden in twee groepen, te weten:

- leerlingen die het programma al eerder hebben gevolgd
- leerlingen die het programma eenmalig krijgen.

Daarnaast wordt een controlegroep samengesteld. Als de stelling waar is dat er meer tijd nodig is om dit soort vaardigheden te verwerven, dan zal de groep leerlingen die het programma twee keer volgt, meer leerwinst boeken dan de andere experimentele groep. Zou dit het geval zijn, dan pleit dit sterk voor langdurige procesgerichte instructie.

De vraag of in de leerboeken van leerlingen zelf ook strategische kenniselementen moeten worden opgenomen, kan positief worden beantwoord en lijkt plausibel. De organisatie van het schoolonderwijs is zodanig dat door instelling van schoolboekenfondsen en de geringe verbanden tussen schoolboeken van opeenvolgende jaren, leerboeken als 'eenjaarsvliegen' behandeld worden. Leerlingen bouwen geen bibliotheek op die als bron van kennis benut wordt. In die zin heeft opname van strategische kennis alleen zin als deze in de opeenvolgende leerboeken herhaald wordt. Daarbij komt dat strategische kennis, zoals eerder benadrukt, bij uitstek kennis is waarmee gewerkt moet worden in de zin van toegepast, gebruikt, kortom: gehandeld. Wellicht is het daarom beter leerlingen zelf hun eigen aanpakschrift te laten

maken: laten noteren van tips, heuristische regels, schema's van leerstofordening, e.d., steeds met verwijzing naar bepaalde leerstof. Het extra werk dat verbonden is aan dit expliciteren van het eigen denken zal opwegen tegen de leerwinst die ermee bereikt kan worden. Een experimenteel onderzoek waarbij deze stelling zou worden getoetst, kan een zinvolle aanvulling op deze veldstudie betekenen.

Hiermee is tevens aangegeven dat een vrije vorm van instructie met betrekking tot strategische kennis waarschijnlijk ook het beste past in de onderwijscultuur. Een strikte hantering van een 'gewenst handelingsverloop' is minder gewenst, ook omdat de inhoud van het vak zich er minder toe leent. Anders dan tijdens een gespecialiseerde opleiding als een universitaire thermodynamica-opleiding (c.f. De Jong, 1986; Mettes & Pilot, 1979) is er bij de eerste jaren van het voortgezet onderwijs bij het vak wiskunde sprake van een diversiteit aan onderwerpen, waarbij de verknoping van strategische en vakspecifieke kennis steeds opnieuw plaats moet vinden. Dat neemt niet weg dat per onderwerp door de leraar in de voorbereiding van zijn lessen c.q. door de leerboekontwikkelaar in zijn handleiding, de verbinding tussen bepaalde strategische elementen en de vakkennis aangegeven kan worden (zie voor voorbeelden hoofdstuk 4). Dan kan de docent zich een basis verschaffen om adequaat te reageren op ideeën die de leerlingen zelf naar voren brengen.

De laatste factor betreft de vraag naar de inbreng van een probleemoplossingsdidactiek in het schoolcurriculum. De nauwe koppeling tussen strategische kennis en vakkennis betekent dat - de vakkenstructuur volgend - per vak een probleemoplossingsdidactiek zou moeten worden ontwikkeld. Anderzijds is strategische kennis per definitie vakoverstijgend. Een strategische aanwijzing als 'splits het probleem op in deelproblemen als het probleem onoverzichtelijk voor je is', is bruikbaar op meer vakgebieden dan alleen de wiskunde. De specificering ervan is echter aan het vak gebonden. Het zou voor de lerende leerling wel eens een versnelling van expertise in probleemoplossingsvaardigheid kunnen betekenen als de gemeenschappelijkheid of overeenkomsten in strategische kennis in de diverse schoolvakken in de onderwijsinstructies van de diverse leraren voor de leerlingen zichtbaar worden gemaakt.

NOTEN

Noot 2.1 (bij hoofdstuk 2):
Men kan op verschillende manieren tegen de wiskunde als kennisdomein aankijken. Een gebruikelijke veel voorkomende opvatting is wiskunde als een kennisdomein, gekenmerkt door preciesheid, eenduidig afleidbaar en zeker. Wiskunde is een in zichelf besloten deductieve wetenschap die geen waarneming nodig heeft. Wiskunde bevat uitsluitend analytische uitspraken (Hospers, 1967). Voor de schoolse wiskunde betekent dit: wiskunde is zeker, de leerboeken bevatten de juiste kennis en geven de juiste antwoorden aan, de docent is de autoriteit.
Door bepaalde ontwikkelingen wordt deze opvatting ondergraven; bijvoorbeeld de acceptatie van niet-euclidische meetkunde relativeert de zekerheid van euclidische uitspraken. Polya benadrukt tegenover het demonstratieve redeneren het inductieve, het plausibele redeneren. Hiermee wordt een element van onzekerheid in het wiskundig denken ingebracht. Er treedt een onderscheid op tussen het resultaat van het creatieve werk van de wiskundige en het proces waarlangs de wiskundige tot zijn resultaat komt: de laatste is een intuïtieve zoekende en onzekere wijze van denken. Is het resultaat eenmaal gevonden, dan is een zeker denken met welgestelde regels mogelijk. Er is dus een verschil tussen de wiskunde als kennissysteem en het gebruik daarvan en de ontwikkeling van de wiskunde. Wat de discussie dus oplevert (Chazan, 1990) is dat de schoolse wiskunde gepresenteerd wordt vanuit een optiek van zekerheid en vanuit die zekerheid, stelligheid wat betreft het waaarheidsgehalte werd onderwezen.
De implicatie hiervan is: de leerling heeft daar geen eigen kennis aan toe te voegen.
Nu kan inderdaad gesteld worden dat de schoolwiskunde bestaat uit wiskundige kennis die zeker beproefd en niet voor discussie vatbaar is binnen de kaders die gehanteerd worden. Kenmerkend is dat juist die kaders geheel of grotendeels buiten de educatieve overdracht vallen.
Chazan pleit ervoor aan de leerlingen toch de wiskunde met elementen van onzekerheid te onderwijzen: opvatting omtrent de wiskunde kan daardoor veranderen en er valt met je eigen kennis iets mee te doen. Hij pleit ervoor leerlingen op gezette tijden als het ware als wiskundigen te laten werken: het inductieve plausibele redeneren van Polya laten doormaken.
Ten onzent is in de realistische stroming (o.a. Freudenthal, 1973; Treffers, 1987) het belang benadrukt van wiskundekennis als constructieve kennis en de verwerving van de wiskundekennis door de inzet van de eigen informele kennis van de werkelijkheid en informele denkwijzen die gaandeweg aangevuld worden met de formele begrippen en algoritmen.

Wiskunde heeft dus kenmerken die wijzen op zekerheid en geslotenheid. Anderzijds is de wiskunde als kennissysteem ook aan ontwikke-

ling onderhevig. In die ontwikkeling is veeleer van zoeken en onzekerheid sprake dan van algoritmische en deductieve zekerheid. Dit proces van ontwikkeling, bedreven door wiskundigen, zou op analoge wijze in het onderwijsleerproces ingebouwd kunnen worden teneinde leerlingen gevoel voor wiskunde en de betekenis daarvan te geven. Hierbij gaat het om kennisverwerving binnen het wiskundig systeem zelf.
Een tweede element in het educatieve proces zou kunnen zijn het gebruik van wiskundige kennis in probleemsituaties die een zekere basis vinden in de eigen kennis en ervaringen van de leerlingen zelf ("realistische contexten"). De leerling leert verworven wiskundige kennis verbinden met informatie van buiten de de wiskunde en is zodoende in staat daar betekenis aan te geven. Bij dit laatste gaat het om benutten van wiskundige kennis om a. wiskundige representaties van problemen te formuleren en b. ondersteuning te bieden bij het ordenen en uitvoeren van activiteiten (tellen, e.d.).
De nadruk die in deze studie wordt gelegd op bewustwording van eigen denkprocessen en heuristische wijzen van redeneren benadrukt derhalve het zoekende onzekere proces van vormen en ontwikkelen van een probleemconceptie.

Noot 6.1 (bij hoofdstuk 6):
De effectgrootte geeft een gestandaardiseerde maat voor het effect van een interventie (een experimentele ingreep of onderwijsprogramma) aan. De definitie die over het algemeen wordt gehanteerd (Glass, 1976) luidt als volgt:

$$\frac{Me - Mc}{Sc} = ES$$

Me = gemiddelde van de experimentele groep
Mc = gemiddelde van de controlegroep
Sc = standaarddeviatie van de controlegroep
ES = effectgrootte.

De vooronderstelling is dat de varianties in beide groepen aan elkaar gelijk te stellen zijn.
Met behulp van effectgrootte kunnen de resultaten van verschillende studies met elkaar worden vergeleken; de effectgrootte wordt uitgedrukt in een getal dat losstaat van de eenheid waarmee in de betreffende studie werd gemeten.

In deze studie wordt de lijn van deze definitie gevolgd, maar met 2 wijzigingen:
- In plaats van de standaarddeviatie van de controlegroep wordt de 'gepoolde' standaarddeviatie genomen. Het argument hiervoor is dat hiermee de eis van gelijke varianties wordt ondervangen en dat in feite een betere afspiegeling van de varianties in beide groepen wordt verkregen.

2. Op de tweede plaats is gebruik gemaakt van de gecorrigeerde gemiddelden, dat wil zeggen dat de effecten van de covariabelen hierin zijn verdisconteerd. De formule wordt aldus:

$$ES = \frac{(Me - Mc)}{Spooled}$$

ES = effectgrootte
Me = gecorrigeerde gemiddelde op de eindtoets exp. groep
Mc = gecorrigeerde gemiddelde op de eindtoets controlegroep
Spooled = standaarddeviatie berekend op de gepoolde variantie van beide groepen.

Noot 6.2 (bij hoofdstuk 6):

Ten behoeve van de berekening van de effectgrootte op de retentietoets werd dezelfde redenering en formule gehanteerd als bij de eindtoets (zie noot 6.1).
De hier gehanteerde formule luidt:

$$ES = \frac{(Me - Mc)}{Spooled}$$

ES = effectgrootte
Me = gecorrigeerde gemiddelde retentietoets exp. groep
Mc = gecorrigeerde gemiddelde retentietoets controlegroep
Spooled = standaarddeviatie berekend op de gepoolde variantie van beide groepen.

Noot 6.3 (bij hoofdstuk 6):
Het hanteren van gewenste kenmerken of kritische dimensies hoeft niet strijdig te zijn met de gedachte dat een docent bij implementatie van een onderwijsprogramma eigen handelingsruimte behoort te hebben c.q. te nemen. De aard van het (algemeen vormend) onderwijs leent zich niet voor strikte voorprogrammering van het taakstellend gedrag van docenten. Vandaar dat een implementatiecriterium zodanig geformuleerd moet zijn dat de mogelijkheid van adaptie door de docent hierin verdisconteerd is. Anderzijds is niet slechts een globaal idee aan de docenten overgebracht, maar zijn de ideeën uitgewerkt in een vrij concreet onderwijsprogramma, juist om een lage graad van implementatie te voorkomen (Fullan & Pomfret, 1977). De empirische en theoretische basis maakte dit ook mogelijk (zie hoofdstuk 1 en 2).

SUMMARY

Chapter 1. The problem

In this study the following definition of mathematical problem solving has been used: Mathematical problem solving is an activity in the course of which mathematical knowledge is used for the construction of a mathematical representation of a problem as a basis for the development of solutions.

This definition has been used as a starting-point for a study into the following phenomenon: pupils often possess the essential knowledge to solve a mathematical problem, but they fail to solve it independently. It seems as if pupils do not succeed in constructing and developing a useful representation of a problem, nor in learning from solving the problem. They constantly behave like novices, as if there is no development in their expertise of solving mathematical problems.
The presumption is that instructions are either too broad or too specific. In the former case, the pupil cannot connect them with the problem at hand. Otherwise the pupil will learn nothing but the answer. But the phenomenon has also been explained in terms of the learning environment or in terms of pupil behaviour.

In the past, teaching-learning programs have been developed with the intention to meet this problem. These programs can be divided in general thinking programs and programs which are strictly based on the content of a certain curriculum.

The analysis of some of these programs showed that:
. pupils who are aware of thinking processes improve their problem solving skills;
. a proper and workable representation of the problem is important as a basis for the development of solutions;
. programs with a link between the guidelines for problem solving and the subject matter seem to be the most effective.
(See also figure 1, p. 7)

The analysis produced eight variables which are considered important for the development of a program that facilitates learning to solve problems. The eight variables are:
1. explicitness of problem solving instructions;
2. degree of integration of problem solving instructions and the curriculum;
3. strategic knowledge vs. subject-specific knowledge;
4. format of instruction;
5. duration of the instruction program;

6. degree of integration of teaching packages and problem solving instructions;
7. alternation of lecture and practicing;
8. degree of omnipresence of problem solving instructions in the (school)subjects.

The following research questions were formulated:

1. Will a program of relative short duration improve problem solving skills?

2. Will a program in which especially the teacher provides problem solving instructions improve problem solving skills?

3. Will a program that stresses controlling the problem solving process by means of heuristic methods and meta-cognitive skills improve problem solving skills?

4. Will a program that gives the problem solving instructions in a free format improve problem solving skills?

5. Does a program that aims at improving problem solving skills have to be taught as a separate subject or does it have to be linked with the curriculum?

6. Can the effective elements from a program that intends to improve problem solving skills be identified?

Chapter 2. Design of the experimental program

The analysis of research-reports and reports concerning thinking and problem solving programs was the basis for the design of the experimental program. A number of general empirical findings, together with the above-mentioned variables were elaborated, to formulate more specific requirements for the intended program.

The meaning of the eight variables is - in a nutshell - as follows:

1. Explicitness of problem solving instruction
   Explicitness of the instruction provides the pupils with clues for the direction of the solution and gives them the opportunity to reflect on the guidelines in relation to their own behaviour.

2. Integration of instruction in the curriculum
   Integration of instruction in the curriculum will allow the pupils to link the subject matter with their knowledge about how to control the solving process. The pupils get the opportunity to build their own repertoire of problem solving strategies.

3. Strategic knowledge vs. subject-specific knowledge
   Strategic knowledge provides another possibility to organize and reorganize subject matter in order to find a solution, especially when pupils use a general managerial strategy in order to structure a number of data and knowledge stored in their memory.

4. Format of instruction
   A free format of instruction gives the teacher the opportunity to give his instruction when pupils are blocked and clues are necessary. Also the teacher can give instructions tailored to the subject matter.

5. Duration of the instruction program
   A certain duration is necessary for a program to be effective but it is difficult to define it beforehand. Empirical findings and practical conditions warranted a duration of four months.

6. Integration of instruction and teaching packages
   Integration of instruction and teaching packages appears to stimulate pupils to take the instructions serious, to reread them in connection with the subject matter when necessary, and to give themselves feedback about their own problem solving behaviour.

7. Alternation of explanation and practicing
   Alternation of explanation and practicing gives the pupils the opportunity to understand and elaborate the subject matter (to 'digest' it), and to (re)organize this knowledge to use it in a problem solving process.

8. Omnipresence of problem solving instructions in all subjects
   Omnipresence of problem solving instructions in all subjects improves the problem solving attitude and behaviour of pupils. As this study only deals with mathematics, this variable will be held constant.

Of course, a direct translation from these statements to a list of requirements or demands for a design of a teaching-learning program is not simply a matter of logical derivation. But, by transforming these general remarks into more specific demands, quite specific guidelines for the preparation of the program could be formulated. These demands relate to:
1. the classroom situation
2. the format of the subject matter
3. the teacher
4. the problem solving framework
5. the pupil.

The main objective of the experimental program was the improvement of problem solving skills. The program makes problem solving the object of teaching. Heuristic methods are discussed and instructed within a general framework. This way, pupils should acquire a repertoire of knowledge-rules concerning problem solving and learn to use this knowledge.

Chapter 3. The development of the experimental program

The program was developed in the form of a sequence of lessons. Four sequences were developed, every sequence was connected with one chapter of the textbook Moderne Wiskunde (Modern Mathematics).

The concept-parts were discussed and evaluated with the help of two teachers during a pilot phase of this study. Their experiences and comments provided indications for the construction of the definitive program.

The development of the program was determined by the following criteria:

- comprehensiveness and specificity of the program will support the teacher when he implements it;
- there has to be a relation between the conceptions of the teacher about teaching and problem solving and the ideas and format of the program;
- there must be opportunity for the teacher to discuss the program;
- the program must be practicable.

The program consisted of 4 parts, corresponding with the chapters 1, 2, 3 and 5 from the textbook Moderne Wiskunde (Modern Mathematics), part 3, fourth edition. This book is used in the second year of secondary education.

The following subjects were part of the program:

a. Chapter 1: Proportions (relations);
number of lessons: 11;
emphasis on: articulating the approach to problems.

b. Chapter 2: Geometry (altitudes; triangles; quadrangles etc.)
number of lessons: 10;
emphasis on: analyzing problems/constructing mathematical representations.

c. Chapter 3: Numbers (arithmetic; involution; extracting roots)
number of lessons: 8;
emphasis on: understanding and articulating instructions concerning the approach to problems.

d. Chapter 5: Equations and Inequalities
number of lessons: 10;
emphasis on: the evaluation-stage of problem solving.

N.B. All parts dealt with aspects of problem solving, but the teacher was free to accentuate one or more aspects.

The lessons themselves were structured along the following lines:
- a plenary start to discuss the homework or new material by means of a teaching-learning-discussion;
- solving problems in dyad or small groups;
- a plenary discussion about finished exercises or new homework.

The sequence of the subject matter was dictated by the sequence in the textbook, although a selection was made within each chapter.

The program was pretested during a pilot phase of the project. Again, two teachers cooperated in this part of the project. This try-out showed that the program was practicable, and needed only minor adjustments. Another conclusion was that the program would probably succeed in achieving its goals.
With regard to the aforementioned criteria the following remarks can be made:
The specificity of the program proved to be a useful support. It gave the teachers a clear insight in the aims of the program and the way it was going to be implemented. They were able to maintain their own style of teaching despite specific prescriptions.
There was a close connection between the conceptions of the teachers and ideas of the program. Due to the way the program was developed (discussing the written material and making reflections on the teaching experiences), it was not difficult to discuss and transfer the concept of the program. The program also proved to be practicable.
With regard to learning effects the teachers concluded that the pupils were more daring in their approach to problems. They also took more pleasure in mathematics.
Of course, the program demanded some extra effort from the teachers.

Based on the results of this pilot phase and its evaluations, the demands for the design were adjusted and written down in a discussion paper. This paper was discussed with the teachers who were going to cooperate in the experimental part of the project. During a meeting with these teachers the concept behind the program and the program itself was explained and discussed at length.

Chapter 4. The teaching-learning program

In this chapter a number of parts from the teaching-learning program are presented. One textbook fragment will be presented with the accompanying instructions.

> "In this part the way to approach problem solving will be accentuated; in lesson 3 for instance you will find a description concerning three tasks (task 3, 4 and 11, see p. 44):
> The pupils make these tasks in small groups. The teacher walks around and stimulates the pupils to cooperate.
> Task 3 looks very much like tasks which are used in so called 'realistic mathematical textbooks'. There can be a difficulty in the implementation of the 'x'. Pupils who do not really understand the concept of a variable, can get stuck here. The variable in this task is a 'summary concept'.
> Pupils are not inclined to use a table; the teacher may introduce the table as a handy notation; the table contains the data, so there is a clear summary.
> Task 4 requires a lot of activity from the pupils. The question has to be clearly understood. They have to find the data; the first paragraph of the task contains relevant and irrelevant data.
> The construction of representations is important here. After a while the the pupils should consider the following questions: 'what are the essential data', 'what are other important data', 'what is the meaning of the data', what is the question to be answered'. The teacher must guide the pupils through these questions. When they have understood the problem, there is also a lot of calculating to do. Again, a table can give some clearness to the problem solving process.
> To understand and approach task 11 it is necessary to read the text above the task. This text will have to be brought to the pupils' attention. Once the pupils understand the proportion scheme, solving the problem is just a matter of calculation."

Comment: a number of design-demands have been pointed at in the text above: 1. the instructional format, 2. didactical teaching methods and 3. a clear understanding of the terms etc. Furthermore, heuristic rules have been introduced.

Chapter 5. The experimental design

The experimental program has been tested during a period of 4 months. Both the effects and the implementation have been examined.

The **effect research** had the following structure: the experimental program was implemented in seven classes from three schools. The control group consisted of seven classes from four schools. The pupils in these classes took lessons according to the regular method.

The results of the experimental group were compared with the results of the control group according to the research design shown in the figure below:

Figure 1: Quasi-experimental design with pre- and post test measures; no random allocation of the students to the conditions

before	X1	after1	after2
before	X2	after1	after2

Explanation:

before = pretest on the variables: intelligence, problem solving skills regarding mathematics, attitude regarding mathematics
X1 = experimental program during 4 months
X2 = regular program during 4 months
after1 = post test after the program
after2 = post test (retention test) 3 months after the program

Furthermore, the conditions were matched on the variables 'kind of school', 'class level', 'textbook' and 'the teacher's interest in problem solving'.

The main question for this part of the study was: will the experimental program improve the pupils' mathematical problem solving skills?
This question was examined on the basis of four hypotheses:

1. The pupils from the experimental group have higher scores on the post test than the pupils from the control group.
2. The pupils from the experimental group show more expected effects, as measured by the learner reports, than the pupils from the control group.
3. The pupils from the experimental group have higher scores on the retention test than the pupils from the control group.
4. The problem solving behaviour of the pupils from the experimental group corresponds better with the thinking guidelines in the program than the behaviour of the pupils in the control group.

The **implementation research**:
To be able to explain possible effects of the program, it is necessary to determine whether the program has been properly implemented. Therefore, the implementation of the program must be described and the experiences of the teachers and pupils must be established. The description of the implementation should provide answers to the following questions:

1. Under what conditions could the program have the same effects in other situations than the test situation?
2. Which components of the experimental program are responsible for the established effects?
3. Are there any unexpected side-effects?

With regard to the implementation of the program the following questions were formulated:

1. To what degree has the program been implemented according to the goals?
2. To what degree does the program correspond with the conceptions of the teachers concerning problem solving?
3. Which bottle-necks develop during the program?
4. How does the regular program work out?
5. How does the teaching work out after the program and before taking the retention test?

To answer the aforementioned questions a number of variables have been measured and related to each other.
The variables have been divided in 5 categories viz. I. matching variables, II. co-variables, III. independent variables, IV. dependent variables, V. control variables.

The main idea of the research design is that the effects of the program can be established by comparing the results of the experimental group with the results of the control group. This control group must be assembled in such a way that this group could have the same results as the experimental group in case the latter had **not** partaken in the experimental program.
A summary of the variables is given in figure 2.

Figure 2: Summary of variables with an indication of their status in the research-design

I. BACKGROUND VARIABLES AT GROUP-LEVEL (matching)
0. class level
1. school type
2. textbook
3. interest teacher with respect to problem solving

II. CO-VARIABLES
4. sex
5. intelligence
6. mathematics level
7. mathematical problem solving
8. elementary education advice
9. advice after 1 year
10. attitude/mathematics
11. attitude/teacher

III. INDEPENDENT VARIABLES
12. condition-variable

IV. DEPENDENT VARIABLES
13. problem solving-1
14. problem solving-2
15. problem solving-3

V. CONTROL VARIABLE
16. implementation of the problem solving program

The variables have been measured by means of existing instruments or especially developed instruments.

Chapter 6. The results

The results of the effect research and the implementation research of the experimental program are described in chapter 6.

The **effect research**:
A significant difference was established between the experimental and the control group on the post test. Their averages were resp.
4.4 and 3.1 ($p=.04$).

These averages have been corrected for the difference on the pretest and on the general school level.

In both conditions there was a positive relation between intelligence and the score on the post test; in the experimental condition the correlation was $r=.45$, in the control condition the correlation is $r=.28$. An interaction-effect has not been found.

Three months after the experimental program a retention test was taken. The findings were as follows:
After correction for initial differences on the co-variables 'problem solving' and 'general school level', the averages of the experimental group and control group were resp.
3.0 and 2.9 ($p=.58$).

Furthermore, there was a positive relation between intelligence and the score on the retention test (experimental condition: r=.33; control condition r=.44). Again, no interaction-effect was found.

With respect to the variable sex there was a tendency for boys to score higher than girls on both the post- and retention measures, but no interaction-effect was found.

Effects have also been measured by so called 'learner reports'. These learner-reports show that pupils from the experimental group gave more evidence of the expected effects than pupils from the control group; this indicates a positive effect of the program.

The attitude towards mathematics has been made operational by three variables: anxiety, pleasure and relevance. Both groups showed little anxiety; they took moderate pleasure in mathematics and considered mathematics moderately relevant.
No differences were found between the measurement of the attitude variables at the start and at the end of the experimental period.

The **implementation research**:
The implementation of the program has been examined by means of observations, interviews and discussions with the teachers, and a questionnaire concerning pupils' perceptions of the teaching. The essential question was: to what degree can critical dimensions of the program be observed in the implementation. A number of critical characteristics were formulated. The criterion for program-implementation was: 70% of the dimensions should be observed in the implementation.

The findings were sufficient to conclude that the program has indeed been implemented.

Important elements of the program, such as interactive teaching methods, understanding of signals and terms, retrospection, discussing alternative approaches, reading and constructing representations, have all been sufficiently implemented, considering that the degree of implementation should be 70%. The planned lessons and subject matter have also been sufficiently implemented. These empirical findings have been confirmed by the judgments of the teachers about the program-implementation.

With respect to some characteristics which are considered conditional for good teaching, it was found that on 4 out of 5 dimensions (teacher behaviour, differentiation in teaching, subject matter and discipline/task-directed activities), the experimental group did not differ from the control group.

On the other hand the pupils from the experimental group showed more evidence of cooperation in comparison with the pupils from the control group. Cooperation between pupils is considered an important characteristic of teaching problem solving.

Chapter 7. Discussion and conclusions

7.1. The implementation of the experimental program was sufficient enough to warrant a comparison between the results of the experimental and the control group.

7.2. The effect size of the difference between the experimental and the control group was .704; the difference is in favour of the experimental group. This finding indicates a major effect of the teaching-learning program. The analysis of the process variables shows that pupils from the experimental group made better use of heuristic rules and were more reflective than pupils from the control group.

7.3. Three months after the experimental period the effect of the program had disappeared (effect size =0.04).
The conclusion has to be drawn that the positive effect was temporary. The method of teaching problem solving was apparently not sufficiently stable to give further support to the students in order to sustain the effect. Presumably the teachers noticed an arrears in their planning and decided to speed up their lessons.

7.4. The meaning of the results can be made clear by relating them to theoretical notions about learning, problem solving and instruction as formulated in chapter 1 and 2.

7.5. The object of this study has an individual and a social dimension. The individual dimension has to do with the problem solver who learns by doing. The notion of learning by doing has been elaborated by several authors i.e. Anzai & Simon (1979), Elshout (1987) en Jansweijer (1988). Jansweijer (1988) put this theory into a computational model.
The social dimension has to do with 'learning with external instruction and support'; it involves the influence of teachers and fellow-students and of course the home environment.
Both aspects are needed as an explanation of learning in school-situations. It can be said that the theory of 'learning by doing' is not sufficient because the aspect of external instruction is missing.
The meaning of the research findings of this study will be discussed below at the two above mentioned levels.

7.6. The pupil as an individual learner and problem solver.

The process of problem solving of novices is characterized by impasses and repairs (Jansweijer, 1988; Jansweijer, Elshout & Wielinga, 1990). The initial representation of a problem is usually not sufficient for the development of a successful solution. That is why a problem solving process can be described as a sequence of attempts, deadlocks and repairs to overcome deadlocks. In most cases pupils use heuristic rules to repair impasses.

The main idea of this project was to learn pupils heuristic and meta-cognitive rules to overcome impasses. In this respect the project succeeded. On the one hand the rules in the program were more general than the subject matter rules, on the other hand they were sufficiently specific to be used in the problem situations of the mathematical domain. Rules like 'make a table', 'draw a sketch of the problem situation', etc. probably set a pupil going again.

Which rules influenced certain parts of the process can only be established by analysis on a micro-level i.e. analysis of thinking-aloud protocols. As said before, pupils from the experimental group behaved more reflectively and made better use of heuristic rules than pupils from the control group.

7.7. The pupil as an instructed problem solver.

The surplus value of the changes in the mathematics curriculum (as embodied in the experimental program) may lie in presenting knowledge about the structure or means to control the problem solving process. Furthermore, the program offers the opportunity for pupils to behave actively. The demands for a design, as formulated in chapter 2, are an expression of this surplus value.

A number of activities has to be executed in order to solve a problem. These activities are interdependent and must be tuned in to each other. By presenting pupils with instructions, targeted at the use of heuristic rules and reflection, a repertoire of tactics for tackling problems was created, which has both a general and a domain specific character, as can be deduced from the diversity of subjects in the post test.

The temporariness of the established effect indicates that the acquired knowledge and skills were not stable.

The problem solving instructions probably were insufficiently explicit. Perhaps it is necessary to pay more attention to written instructions connected with the learning material.

Furthermore, the experimental period probably was too short to consolidate the cognitive structure. Moreover, changing teachers' behaviour takes time; coaching new classroom skills should be continued until the teacher fully understands when and why certain procedures are appropriate. Speeding up teaching after

the experimental period probably erased the acquired strategic knowledge.

7.8. This study was an inquiry into the relation between subject-specific knowledge and strategic knowledge about learning to solve problems and how to optimize this relation in a teaching-learning environment.
In a natural environment it is difficult to design and implement both types of knowledge in one program. Pupils have to be made aware of the fact that strategic knowledge fulfills a different function in the problem solving process than knowledge of the subject matter. It takes time to become aware of this difference and to make connections between the two types of knowledge. Pupils may well be able to reproduce their knowledge, but fail to apply it in different situations, because it needs restructuring. Especially this restructuring of knowledge and the tuning of both types of knowledge takes a lot of time, effort and requires support from the teaching-learning environment.

This study meant to give some direction to the further development of such a supportive environment.

LITERATUUR

Anderson, J.R. (1990). *Cognitive Psychology and its implications* (3rd ed.). New York: Freeman.

Anderson, S. et al. (1980). *Statistical Methods for Comparative Studies: Techniques for Bias Reduction.* New York: Wiley & Sons.

Anzai, Y. & Simon, H.A. (1979). The theory of learning by doing. *Psychological Review, 86*, 124-140.

Barnes, D. (1979). *From communication to curriculum.* Harmondsworth: Penguin Books.

Begle, E.G. (1979). *Critical Variables in mathematics education: findings from a survey of the empirical literature.* Washington: MAA/NCTM.

Bereiter, C. (1985). Toward a solution of the learning Paradox. *Review of Educational Research, 55*, 2, 201-226.

Berg, R. van den & Vandenberghe, R. (1984). *Grootschaligheid in onderwijsvernieuwing.* Tilburg: Zwijsen.

Berg, J.S. van den (1983). *Natuurkunde-vraagstukken oplossen: Een vakdidactische studie van het leren oplossen van natuurkunde-vraagstukken in klas vier vwo* (proefschrift). Eindhoven: Technische Hogeschool.

Blumenfeld, P.C., Mergendoller, J.R. & Swarthout, D.W. (1987). Task as a heuristic for understanding student learning and motivation. *Journal of curriculum studies, 19*, 2, 135-148.

Bono, E. de (1985). The CoRT Thinking Program. In: J.W. Segal, S.F. Chipman & R. Glaser (Eds.), *Thinking and learning skills: Vol. 1. Relating instruction to research* (pp. 363-388). Hillsdale: Erlbaum.

Bos, W.J. & Lepoeter, P.E. (1966). *Wegwijzer in de meetkunde voor alle inrichtingen voor vhmo: deel 1* (12e druk). Amsterdam: Meulenhoff.

Boshuizen, H.P.A. (1989). *De ontwikkeling van medische expertise: Een cognitief-psychologische benadering* (proefschrift). Maastricht: Rijksuniversiteit Limburg.

Branca, N.A. (1985). Mathematical Problem Solving: Lessons from the British Experience. In: E.A. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives.* Hillsdale: Erlbaum.

Bransford, J.D. a.o. (1985). Improving thinking and learning skills: an analysis of three approaches. In: J.W. Segal, S.F. Chipman & R. Glaser (Eds.), *Thinking and Learning skills: Vol. 1. Relating Instruction to Research.* Hillsdale: Erlbaum.

Brown, J.S., Collins, A. & Duguid, P. (1989). Situated Cognition and the Culture of Learning. *Educational Researcher*, 32-42.

Brown, A.L. & DeLoache, J.S. (1978). Skills, plan and selfregulation. In: R.S. Siegler (Ed.), *Children's thinking: what develops?* Hillsdale: Erlbaum.

Brown, A.L. (1978). Knowing when, where, and how to remember: a problem of metacognition. In: R. Glaser (Ed.), *Advances in Instructional Psychology: Vol. 1.* Hillsdale: Erlbaum.

Case, R. (1978). Intellectual development from birth to adulthood: a neopiagetian interpretation. In: R.S. Siegler (Ed.), *Children's thinking: what develops?* Hillsdale: Erlbaum.

Charles, R.I. & Lester, F.K. (1984). An evaluation of a process-oriented instructional program in mathematical problem solving in grades 5 and 7. *Journal for Research in Mathematics Education, 15*, 1, 15-34.

Chazan, D. (1990). Quasi-empirical views of mathematics and mathematics teaching. *Interchange, 21*, 1, 14-23.

Chi, M.T.H. & Glaser, R. (1985). Problem-Solving Ability. In: R.J. Sternberg (Ed.), *Human Abilities: An Information-Processing Approach.* New York: Freeman.

Commissie Ontwikkeling Wiskunde (1990). *Raamplan.* Enschede: Stichting voor de Leerplanontwikkeling.

Cobb, P. (1990). A constructivist perspective on information-processing theories of mathematical activity. *International Journal of Educational Research, 14*, 1, 67-92.

Cook, T.D. & Campbell, D.T.(1979). *Quasi-experimentation: Design & analysis issues for field settings.* Chicago: Rand McNally.

Covington, M.V. (1985). Strategic thinking and the fear of failure. In: J.W. Segal, S.F. Chipman & R. Glaser (Eds.), *Thinking and Learning skills: Vol. 1. Relating Instruction to Research* (pp.389-416). Hillsdale: Erlbaum.

Curbelo, J. (1984). *Effects of problem solving-instruction on science and mathematics student achievement: a meta-analysis of findings* (dissertation Florida State University). Ann Arbor: University Microfilms International.

Dalida, J. and Norman, D. (1981). The improvement of learning through the use of underlying principles and schema. *Studies in Educational Evaluation, 7*, 25-31.

Davis, J. (1987). Teaching by correspondence in mathematics. In: M. Thorpe & D. Grugeon (Eds.), Open learning for adults. Harlow: Longman Group.

Dewey, J. (1933). *How we think.* New York: Heath.

Dienes, Z.P. (1972). Some reflections on learning mathematics. In: W.E. Lamon (Ed.), *Learning and the nature of mathematics.* Chicago: Science Research Ass.

Doyle, W. (1983). Academic Work. *Review of Educational Research, 53*, 2, 159-199.

Elshout, J.J. (1981). *Het leren oplossen van problemen.* (Losbladig onderwijskundig lexicon. po 4230, 1-15).

Elshout, J.J. (1987a). Probleemoplossen als context voor leren probleemoplossen. *Nederlands Tijdschrift voor de Psychologie, 42*, 344-353.

Elshout J.J. (1987b). Problem-solving and education. In: E. de Corte, H. Lodewijks, R. Parmentier & P. Span (Eds.), *Learning and Instruction: European research in an international context: Vol. 1.* (pp. 259-273). Oxford/Leuven: Pergamon Press/University Press.

Evers, A. & Lucassen, W. (1984). *DAT '83: Differentiële Aanleg Testserie* (voorlopige handleiding). Lisse: Swets & Zeitlinger.

Fischbein, E. (1990). Intuition and information processing in mathematical activity. *International Journal of Educational Research, 14*, 1, 31-50.

Flavell, J.H. (1976). Metacognitive aspects of problem solving. In L.B. Resnick (Ed.), *The Nature of Intelligence*. Hillsdale: Erlbaum.

Frederiksen, N. (1984). Implications of Cognitive Theory for Instruction in Problem Solving. *Review of Educational Research, 54*, 3, 363-407.

Freudenthal, H. (1978). *Weeding and sowing: Preface to a science of mathematical education.* Dordrecht: Reidel.

Freudenthal, H. (1990). Wiskunde fenomenologisch; Panama-post. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskunde onderwijs, 8*, 3, 11-20.

Frijda, N. (1978). Memory Processes and Instruction. In: A.M. Lesgold a.o. (Eds.), *Cognitive Psychology and Instruction.* New York: Plenum Press.

Frijda, N.H. & Elshout, J.J. (1976). Probleemoplossen en denken. In: J.A. Michon, E.G.J. Eijkman & L.F.W. de Klerk (Red.), *Handboek der Psychonomie.* Deventer: Van Loghum Slaterus.

Fullan, M. & Pomfret, A. (1977). Research on curriculum and instruction implementation. *Review of Educational Research, 47*, 1.

Gagné, R.M. (1974). *Essentials of learning for instruction.* Hinsdale: The Dryden Press.

Gall M., Dunning, B. & Weathersby, R. (1971). *Minicourse 9: Higher Cognitive Questioning.* Beverly Hills: MacMillan Educational Services.

Glaser, R. (1976). Cognitive psychology and instructional design. In: D. Klahr (Ed.), *Cognition and instruction.* Hillsdale: Erlbaum.

Glass, G.V., McGaw, B. & Smith, M.L. (1981). *Meta-analysis in social research.* Beverly Hills: Sage Publ.

Goffree, F. (1986). *Rekenen, Realiteit en Rationaliteit: Een terreinverkenning en plaatsbepaling. Educatief ontwerpen ten behoeve van de volwasseneneducatie in het bijzonder wat betreft de wiskunde* (oratie). Enschede: SLO.

Greeno, J.G. (1980). Some examples of cognitive task analysis with instructional implications. In: R.E. Snow, P.A. Federico & W.A. Montagu (Eds.), *Aptitude, learning and instruction: Vol. 2.* Hillsdale: Erlbaum.

Grift, W. van de (1987). *De rol van de schoolleider bij onderwijsvernieuwingen.* 's-Gravenhage: Vuga.

Groot, A.D. de (1978). *Thought & Choice in Chess* (2nd ed.). 's-Gravenhage: Mouton.

Harskamp, E.G. (1988). *Rekenmethoden op de proef gesteld* (proefschrift). Groningen: RION/Rijksuniversiteit.

Hart-Lynn, C. (1985). *Factors Impeding the Formation of a Useful Representation in Mathematical Problem Solving.* Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association (69th, Chicago, IL, March 31-April 4).

Hays, J.R. (1976). It's thought that counts: new approaches to educational theory. In: D. Klahr (Ed.), *Cognition and Instruction.* Hillsdale: Erlbaum.

Hays, W.L. (1973). *Statistics for the social sciences* (2nd ed.). London: Holt, Rinehart & Winston.

Hospers, J. (1967). *An introduction to philosophical analysis.* London: Routledge & Kegan Paul.

Hyman, H.H., Wright, C.R. & Hopkins, T.K. (1962). *Applications of methods of evaluation: Four studies of the Encampment for Citizenship.* Berkely: University of California Press.

Jansweijer, W. (1988). *PDP: Een benadering vanuit de kunstmatige intelligentie van probleemoplossen en leren door doen in een semantisch rijk domein* (proefschrift). Amsterdam: Universiteit van Amsterdam.

Jansweijer, W., Elshout, J.J. & Wielinga, B.J. (1990). On the multiplicity of learning to solve problems. In: Mandl, H. et al. (Eds.), *Learning and Instruction. European Research in International Context: Vol. 2.1. Social and Cognitive Aspects of Learning and Instruction.* Oxford: Pergamon Press.

Jong, A.J.M. de (1986). *Kennis en het oplossen van vakinhoudelijke problemen: Een voorbeeld uit een natuurkundig domein* (proefschrift). Eindhoven: Technische Hogeschool.

Jong, R. de (1986). *Wiskobas in methoden* (proefschrift). Utrecht: Rijksuniversiteit.

Kat, E. de & Riemersma, F.S.J. (1978). *Het project 'School-Samenleving': een beschrijving van een jaar projectonderwijs op het Haags Montessori Lyceum. Verslag over het schoolgericht onderzoek middenschool 1977-1978* (rapport RITP). Amsterdam: RITP.

Kemme, S. (1990). *Uitleggen van wiskunde* (proefschrift). Groningen: Rijksuniversiteit Groningen.

Kesteren, B.J. van (1989). Gebruiksmogelijkheden van het learnerreport. *Tijdschrift voor Onderwijsresearch, 14*, 1, 13-29.

Klaasman, R.R.P. (1989). Programma-implementatie en schoolprestaties. In: J.H. Slavenburg & T.A. Peters (red.), *Het project onderwijs en sociaal milieu: een eindbalans.* Rotterdam: Rotterdamse Schooladviesdienst.

Klauer, K.J. (1988). Teaching for learning to learn: a critical appraisal with some proposals. *Instructional Science, 17*, 351-367.

Kniep, W.J. e.a. (1982). *Moderne Wiskunde 3.* Groningen: Wolters-Noordhoff.

Kort, A.P. (1971). *Transformation vs. non-transformation tenth-grade geometry: effects on retention of geometry and on transfer in eleven-grade mathematics* (dissertatie Northwestern University). Ann Arbor: University Microfilms.

Kremers, E.J. (1981). De wiskunde-attidude schaal. In P. Weeda (red.), *Aspecten van leerplanevaluatie*. Den Bosch: Malmberg.

Landa, L.N. (1975). Some problems in algorithmization and heuristics in instruction. *Instructional Science, 4*, 99-112.

Landis, J.R. & Koch, G.G. (1975). A review of statistical methods in the analysis of data arising from observer reliability studies. *Statistica Neerlandica, 29*.

Lauwen, P. & Bahlmann, B. (1985). *Denken, doen en begrijpen: Deel 2abc*. Leiden: Spruyt, Van Mantgen & De Does.

Leder, G.C. & Gunstone, R.F. (1990). Perspectives on mathematics learning. *International Journal of Educational Research, 14*, 2, 105-120.

Leeuw, L. de (1983). Teaching problem solving: an ati study of the effects of teaching algorithmic and heuristic solution methods. *Instructional Science, 12*, 1-48.

Leeuw, L. de, Meijer, J., Perrenet, J. Chr. & Groen, W.E. (1988). *De constructie en validering van een transfertest voor wiskunde-onderwijs met gebruikmaking van items met gefaseerde hulp. Een vergelijkend onderzoek naar de differentiële effecten van wiskunde-methoden*. Amsterdam: Vrije Universiteit.

Lehwald, G. (1988). A new way in describing the quest for knowledge. *International Journal of Educational Research, 12*, 3, 235-241.

Lester, F.K. (1985). Methodological Considerations in Research on Mathematical Problem-Solving Instruction. In: E.A. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives*. Hillsdale: Erlbaum.

Libeskind, S. (1977). A problem solving approach to teaching mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 1977, 8*, 167-179.

Lieshout, C.F.M. van (1985). Leren in een sociale omgeving. In: P. Vedder en M. Bloemkolk (Red.), *Samenwerken en Probleemoplossen: Actuele thema's in het onderzoek naar leerprocessen bij samenwerkende kinderen*. Lisse: Swets & Zeitlinger.

Lindgren, B.W. (1975). *Basic Ideas of Statistics*. New York/London: Macmillan/Collier Macmillan.

Lochhead, J. (1979). An introduction to cognitive process instruction. In: J. Lochhead & J. Clement (Eds.), *Cognitive process instruction: Research on teaching thinking skills*. Philadelphia: The Franklin Institute Press.

Lochhead, J. (1985). Teaching analytic reasoning skills through pair problem solving. In: J.W. Segal, S.F. Chipman & R. Glaser (Eds.), *Thinking and Learning skills: Vol. 1. Relating Instruction to Research*. Hillsdale: Erlbaum.

Lodewijks, J.G.L.C. (1978). Over het aanleren van conceptuele netwerken door middel van uiteenlopende leerstofstructuren. *Nederlands Tijdschrift voor de Psychologie, 2*, 85-104.

Lompscher, J. et al. (1972). *Theoretische und experimentelle Untersuchungen zur Entwicklung geistiger Fähigkeiten*. Berlin: Volk und Wissen VEV.

Marcucci, R.G. (1980). *A meta-analysis of research on methods of teaching mathematical problem solving* (dissertation). Iowa City: University of Iowa.

Marks, R. (1987). *Problem Solving with a Small "p": A Teacher's View* (AERA-paper, april). Washington.

Martinot, M.J., Kuhlemeier, H.B. & Feenstra, H.J.M. (1988). Het meten van affectieve doelen: de validering en normering van de belevingsschaal voor wiskunde (bsw). *Tijdschrift voor Onderwijsresearch, 13*, 2, 65-76.

Marzano, R.J. (1986). *An evaluation of the McRel Thinking Skills Program*. Aurora: Mid-Continent Regional Educational Lab.

Marzano, R.J. et al. (1988). *Dimensions of thinking: a framework for curriculum and instruction*. Alexandria: The Association for Supervision and Curriculum Development.

Marzano, R.J. & D.E. Arredondo (1986). *Tactics for Thinking*. Aurora: Mid-Continent Regional Educational Laboratory.

Matz, M. (1983). Towards a process model for high school algebra errors. D. Sleeman & J.S. Brown (Eds.), Intelligent tutoring systems. Academic Press.

Mayer, R.E. (1985). Mathematical Ability. In: R.J. Sternberg (Ed.), *Human Abilities: An Information-Processing Approach*. New York: Freeman.

Meijer, J. et al. (1985). A Transfertest for mathematics, containing items with cumulative hints. In: L. Streefland (Ed.), *Proceedings of the Ninth International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. Utrecht: State University of Utrecht.

Meijer, J., Kok, F., Riemersma, F.S.J. & Vries, J. de (1990). *Vernieuwing van het wiskunde-onderwijs in de onderbouw van het voortgezet onderwijs* (rapport SCO). Amsterdam: SCO.

Meijer, J., Perrenet, J. Chr. & Riemersma, F. (1988). Leren probleemoplossen in het wiskunde onderwijs. *Pedagogische Studiën, 65*, 16-31.

Meijer, J. & Riemersma, F.S.J. (1982). *Leren oplossen van wiskundige problemen: eerste interimverslag* (project O 598; rapport SCO). Amsterdam: SCO.

Meijer, J. & Riemersma, F.S.J. (1983). Leren oplossen van wiskundige problemen: analyse van hardopdenkprotocollen. In: J.J. Beishuizen (Red.), *Probleemoplossen en creativiteit*. Lisse: Swets & Zeitlinger.

Meijer, J. & Riemersma, F.S.J. (1986). Analysis of Solving Problems. In: *Instructional Science, 15*, 3-19.

Mettes, C.T.C.W. & Pilot, A. (1980). *Over het leren oplossen van natuurwetenschappelijke problemen: een methode voor het ontwikkeling en evaluatie van onderwijs toegepast op een cursus Thermodynamica* (proefschrift). Enschede: Technische Hogeschool Twente.

Mooij, T. (1987). Group effects on the development of school subject motivation and achievement. *Tijdschrift voor Onderwijsresearch, 12*, 2, 86-98.

Neisser, U. (1967). *Cognitive Psychology*. New York: Appleton-Century-Crofts.

Nelissen, J. (1987). *Kinderen leren wiskunde: Een studie over constructie en reflectie in het basisonderwijs* (proefschrift). Gorinchem: De Ruiter.

Newell, A. & Simon, H. (1972). *Human Problem Solving*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall.

Nickerson, R.S., Perkins, D.N. & Smith, E.E. (1985). *The teaching of thinking*. Hillsdale: Erlbaum.

Norman, D.A., Gentner, D.R. & Stevens, A.L. (1976). Comments on learning schemata and memory representation. In: D. Klahr (Ed.), *Cogniton and instruction*. Hillsdale: Erlbaum.

Oers, B. van (1990). The development of mathematical thinking in school: a comparison of the action-psychological and information-processing approaches. *International Journal of Educational Research, 14*, 1, 51-66.

Ormell, C.P. (1979). The problem of analysing understanding. *Educational Research, 22*, 1, 32-38.

Ottens, E. (1989). *Huiswerk maken als constructieve activiteit* (technical report). Amsterdam: Universiteit van Amsterdam (OOC/SCO).

Palinscar, A.S. & Brown, A.L. (1984). Reciprocal teaching of comprehension-fostering and comprehension-monitoring activities. *Cognition and Instruction, 1*, 117-175.

Pea, R.D. (1987). Socializing the knowledge transfer problem. *International Journal of Educational Research, 11*, 639-663.

Pelgrum, W.J., Eggen, Th.J.H.M. & Plomp, Tj. (1983). *Tweede wiskunde project: analyse van uitkomsten*. Enschede: TH Twente.

Perkins, D.N. & Salomon, G. (1988). Teaching for transfer. *Educational Leadership*, 22-32.

Perkins, D.N. & Salomon, G. (1989). Are cognitive skills context-bound? *Educational Researcher*, 16-15.

Piaget, J. (1972). Mathematical structures and the operational structures of intellect. In: W.E. Lamon (Ed.), *Learning and the nature of mathematics*. Chicago: Science Research Ass.

Polson, P.G. & Jeffres, R. (1985). Instruction in general problem solving skills: an analysis of four approaches. In: J.W. Segal, S.F. Chipman & R. Glaser (Eds.), *Thinking and learning skills: Vol. 1. Relating instruction to research* (pp. 417-455). Hillsdale: Erlbaum.

Polya, G. (1954). *Induction and analogy in mathematics: Vol.1, 11.* Princeton: Princeton University Press.

Polya, G. (1957). *How to solve it.* Princeton: Princeton University Press.

Popping, R. (1988). *Computing Agreement on nominal data. The computerprogram AGREE 5.0.* Groningen: iec ProGAMMA.

Post, T.R. & Brennan, M.L. (1976). An experimental study of the effectiveness of a formal versus an informal presentation of a general heuristic process on problem solving in tenth grade geometry. *Journal for research in mathematics education*, 59-64.

Pratt, D. (1982). A cybernetic model for curriculum development. *Instructional Science, 11*, 1-12.

Rabinowitz, M. & Schubert, W.H. (1989). Prerequisite Knowledge in curriculum. In: T. Husen & T. Neville Postlethwaite (Eds.), *The International Encyclopedia of Education: Research and Studies* (Supplementary vol. 1). Oxford: Pergamon Press.

Reichardt, Ch. S. (1979). The statistical analysis of data from nonequivalent group designs. In: T.D. Cook & D.T. Campbell (Eds.), *Quasi-experimentation: Design & analysis issues for field settings.* Chicago: Rand McNally.

Resnick, L.B. & Ford, W.W. (1981). *The Psychology of mathematics for instruction.* Hillsdale: Erlbaum.

Resnick, L.B. (1987). *Education and learning to think.* Washington: National Academy Press.

Reusser, K. (1986). *Problem Solving beyond the Logic of things: Textual and Contextual Effects on Understanding and Solving Word Problems* (AERA-paper April 16-20). San Francisco.

Riemersma, F.S.J. (1981). *Leren probleemoplossen op de gebieden wiskunde en nederlands in het voortgezet onderwijs: Tweede tussentijds verslag over het project 0485: verslag van de veldstudie* (SCO-rapport nr.3). Amsterdam: SCO.

Riemersma, F.S.J. & Meijer, J. (1983). *Leren oplossen van wiskundige problemen: analyse van hardopdenkprotocollen.* Amsterdam: Stichting Centrum voor Onderwijsonderzoek.

Riemersma, F.S.J. & Venne, L. van de (1988). *Het leren oplossen van wiskundige problemen: verslag van het proefonderzoek.* Amsterdam: Stichting Centrum voor Onderwijsonderzoek.

Riley, S., Greeno, J.G. & Heller, J.I. (1983). Development of problem solving ability in arithmetic. In: H.P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical Thinking.* New York.

Romberg, T.A. & Carpenter, T.P. (1986). Research on teaching and learning mathematics: two disciplines of scientific inquiry. In: M.C. Wittrock (Ed.), *Handbook of Research on Teaching* (3rd ed.). New York: MacMillan.

Rumelhart, D.E. & Norman, D.A. (1978). Accretion, tuning and restructuring: Three modes of learning. In: J.W. Cotton & R. Klatzky (Eds.), *Semantic factors in cognition.* Hillsdale: Erlbaum.

Rumelhart, D.E. & Ortony, A. (1977). The representation of knowledge in memory. In: R.C. Anderson, R.J. Spiro & W.E. Montague (Eds.), *Schooling and the acquisition of knowledge*. Hillsdale: Erlbaum.

Schliemann, A.D. & Acioly, N.M. (1989). Mathematical Knowledge Developed at work: the contribution of practice versus the contribution of schooling. *Cognition and instruction, 6*, 3, 185-221.

Schoenfeld, A.H. (1979). Can heuristics be taught? The elements of a theory and a report on the teaching of general mathematical problem-solving skills. In: J. Lochhead & J. Clement (Eds.), *Cognitive process instruction: Research on teaching thinking skills* (pp. 315-338). Philadelphia: The Franklin Institute Press.

Schoenfeld, A.H. (1983). Beyond the Purely Cognitive: belief systems, social cognitions, and metacognitions as driving forces in intellectual performance. *Cognitive Science, 7*, 329-363.

Schoenfeld, A.H. (1989). Ideas in the air: speculations on small group learning, environmental and cultural influences on cognition, and epistemology. *International Journal of Educational Research, 13*, 1, 71-88.

Selz, O. (1924). *Die Gezetze der Produktiven und Reproduktiven Geistestätigkeit* (Kurzgefasste Darstellung). Mannheim.

Sesam Atlas van de Wiskunde (1977). Baarn: Bosch & Keuning.

Silver, E.A. (1985) (Ed.). *Teaching and learning mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives*. Hillsdale: Erlbaum.

Silver, E.A. (1985). Research on teaching mathematical problem solving: some underrepresented themes and needed directions. In: E.A. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives*. Hillsdale: Erlbaum.

Simon, H.A. (1980). Problem solving and education. In: D.T. Tuma & F. Reif (Eds.), *Problem solving and education: issues in teaching and research*. Hillsdale: Erlbaum.

Simons, R-J. & Vermunt, J.D.H.M. (1986). Self-regulation in knowledge acquisition: a selection of Dutch research. In: G. Beukhof & R-J. Simons (Eds.), *German and Dutch research on learning and instruction: general topics and self-regulation in knowledge acquisition*. 's-Gravenhage: SVO.

Slavenburg, J.H. (1989). Implementatiewaarde, doeleffectiviteit en transfereffectiviteit stimulerings- en activeringsprogramma's. In: J.H. Slavenburg & T.A. Peters (Red.), *Het project onderwijs en sociaal milieu: een eindbalans*.

Smylie, M.A. (1989). Curriculum Adaption. In: T. Husen & T. Neville Postlethwaite (Eds.), *The International Encyclopedia of Education: Research and Studies* (supplementary vol. 1). Oxford: Pergamon Press.

Streefland, L. (1988). *Realistisch breukenonderwijs: Onderzoek en ontwikkeling van een nieuwe leergang* (proefschrift). Groningen: Rijksuniversiteit Groningen.

Streun, A. van (1989). *Heuristisch wiskunde-onderwijs: verslag van een onderwijsexperiment* (proefschrift). Groningen: Rijksuniversiteit Groningen.

Terwel, J., Herfs, P., Perrenet, J. & Ploeg, D. van der (1988). *Ontwerpen van adaptief onderwijs. Een empirisch onderzoek naar de uitvoering van een model voor Adaptief Groeps Onderwijs in de eerste fase voortgezet onderwijs bij wiskunde.* Utrecht: ISOR/Rijksuniversiteit.

Treffers, A. (1990). *Het voorkomen van ongecijferdheid op de basisschool* (oratie). Utrecht: Rijksuniversiteit.

Trip, D.H. (1980). The evaluation of the De Bono (CoRT) thinking project: some theoretical issues. *Studies in Educational Evaluation, 6*, 185-194.

Vanderlocht, M. & Van Damme, J. (1989). Probleemaanpak en het oplossen van natuurkundige problemen. *Pedagogische Studiën, 66*, 97-106.

Verhoef, E. (1988). *Analyse van schriftelijk werk* (scriptie). Amsterdam: SCO.

Vermeulen, W. & Gravemeijer, K.P.E. (z.j.). *De relatie tussen domeinspecifieke opvattingen van onderwijsgevenden en hun reken-wiskundeonderwijs.* Utrecht: OW & OC.

Vos, H. (1990). Intuïtieve, empirische en theoretische redeneringen. *Tijdschrift voor Onderwijsresearch, 15*, 2, 123-136.

Voss, J.F. (1978). Cognition and instruction: toward a cognitive theory of learning. In: A.M. Lesgold a.o. (Eds.), *Cognitive Psychology and instruction.* New York: Plenum Press.

W 12 - 16 special (1990). *Nieuwe Wiskrant, 10*, 1, 1-84.

Wang, M.C. & Peverly, S.T. (1986). The self-instructive process in Classroom learning contexts. *Contemporary Educational Psychology, 11*, 370-404.

Wang, M.C., Nojan, M., Strom, Ch.D. & Walberg, H.J. (1984). The utility of degree of implementation measures in program implementation and evaluation research. *Curriculum Inquiry, 14*, 3, 249-286.

Ward, B.A. (1977). *Het organiseren van zelfstandig leren. Handboek minicursus* (vert.) Groningen: Wolters-Noordhoff.

Wickelgren, W.A. (1974). *How to solve problems. Elements of a theory of problems and problem solving.* San Fransico: Freeman.

Williams, J.D. (1972). Some peculiarities of calculative thinking and their consequences. In: W.E. Lamon (Ed.), *Learning and the nature of mathematics.* Chicago: Science Research Ass.

Wolf, R.M. (1987). A framework for evaluation. *International Journal of Educational Research, 11*, 1, 21-29.

Zhu, X. & Simon, H.A. (1987). Learning mathematics from examples and by doing. *Cognition and Instruction, 4, 3*, 137-166.

BIJLAGEN

Bijlage 3.1:	Opgaven oplossen: aanwijzingen voor aanpak	189
Bijlage 4.1:	Ontwerpeisen - samenvatting	191
Bijlage 5.1:	Begintoets	193
Bijlage 5.2:	Eindtoets	199
Bijlage 5.3:	Retentietoets	205
Bijlage 5.4:	Keuze van opgaven voor de retentietoets	211
Bijlage 5.5:	Beoordeling van de begintoets op 9 categorieën: interbeoordelaarsbetrouwbaarheid	213
Bijlage 5.6:	Observatieschema	217
Bijlage 6.1:	Scoring van de begin-, eind- en retentietoets	221
Bijlage 6.2:	Gemiddelden per toets per toetsvariabele	223
Bijlage 6.3:	Overzicht van variabelen met een aanduiding van het meetinstrument en/of gehanteerde waarden of categorieën	241

Bijlage 3.1: Opgaven oplossen: aanwijzingen voor aanpak

FASE 1: LEZEN

- Lees de opgave eerst helemaal door.
- Zoek woorden of termen die je niet kent op of vraag iemand uitleg.
- Onderstreep het belangrijkste: wat zijn de gegevens, wat wordt er gevraagd?
- Vraag je af: wat wordt er eigenlijk gevraagd, zeg dat in eigen woorden.
- ....

FASE 2: BEGRIJPEN

- Ga na of je zo'n opgave al eens eerder hebt gemaakt.
- Als je de opgave niet herkent, bedenk iets waardoor je aan de slag kunt, bijv.:
  - maak een tekening:
    - zet de gegevens in de figuur
    - gebruik steeds dezelfde symbolen voor dezelfde dingen
    - leg de figuur eens in een andere positie
    - als de figuur uit meer delen bestaat, teken ze dan eens los van elkaar
  - maak een schatting van wat de uitkomst kan zijn
  - maak de opgave eenvoudiger door makkelijker getallen te nemen
  - deel de opgave op in kleinere opgaven
  - probeer maar eens wat ....
  - ga uit van het gevraagde en probeer terug te rekenen
  - bedenk een vraag waardoor je medeleerling(e) of docent(e) je kan helpen.
- ....

FASE 3: UITWERKING

- Schrijf de tussenstappen/berekeningen overzichtelijk op.
- Schrijf zoveel mogelijk tussenresultaten op (doe nooit alles uit het hoofd).
- Ga steeds na of het tussenresultaat wel klopt.
- Vraag je steeds af: wat moet het eerst gebeuren, welke resultaten krijg je dan, welk deel moet je dan aanpakken, enz.
- ....

FASE 4: CONTROLEREN/EVALUEREN

* Ga na of je uitwerking juist is.
* Is de uitkomst een antwoord op de vraag?
* Vind je de uitkomst zinnig of staat er onzin?
* Had je de uitkomst ook op een andere manier kunnen verkrijgen ?
* Had je de uitkomst sneller kunnen verkrijgen?
* Vraag je af: wanneer had je de opgave dóór (wat gaf de doorslag)?
* Bedenk nog eens een andere manier om de opgave aan te pakken.
* Bespreek jouw aanpak met je medeleerlingen.
* Probeer eens de aanpak van een medeleerling(e).
* ....

Bijlage 4.1: Ontwerpeisen - samenvatting

1. In het programma dienen de volgende werkvormen voor te komen: onderwijsleergesprek/zelfstudie/uitleg met diskussie/tafelgroepjes.
2. Er moet lestijd beschikbaar zijn voor probleemoplossingsactiviteiten.
3. De notaties, formules, operaties e.d. in de wiskunde moeten goed gekend worden .

4. Aanbieding van de leerstof is zodanig dat steeds de grote lijn zichtbaar gemaakt kan worden
5. De leerstof dient verbonden te worden met een reeks van toepassingsmogelijkheden.
6. Leerstof dient ook in de vorm van opgaven aangeboden te worden zodanig dat daadwerkelijk oplossingsprocessen uitgelokt worden.

7. Er dient variatie in de moeilijkheidsgraad van de problemen aangebracht te worden door formulering, verwijzing naar operaties, complexiteit van de onderliggende structuur.
8. In het programma dient een aantal verschillende problemen te worden opgenomen die typerend kunnen zijn voor een bepaalde aanpak.
9. Inhoud van de problemen betrekken uit diverse levensgebieden.
10. Hardopdenken dient in de klas aangemoedigd te worden.

11. De bedoeling van de opgave moet duidelijk worden aangegeven (gaat het om kennen, begrijpen, toepassen,oplossen etc.).
12. De beoordelingseisen moeten duidelijk gesteld zijn.

13. Variatie aanbrengen in het soort vragen die door de leraar gesteld worden (kennisvragen, etc).

14. Schriftelijke neerslag van het oplosproces verlangen van leerling.
15. In het programma een aantal problemen inbouwen die door een leerling voorgedaan kan worden en waarbij deze leerling als model probleemoplosser dient voor de anderen.

16. Er moet een repertoire van oplossingsstrategieën en taktieken worden geformuleerd die door de leraar op het geëigende moment ingebracht kan worden. Een of meer lessen moeten expliciet aan probleemoplossen en oplossingsstrategieen worden gewijd.

17. De leerling moet geleerd worden dat de tekst tenminste begrepen moet worden, bijvoorbeeld door alle woorden, begrippen en symbolen die niet begrepen worden aan te geven en op te zoeken (door terugbladeren in het boek(register), vragen aan leraar of medeleerling etc).

18. De leerling dient zich af te vragen: wat zijn de kerngegevens, de gegevens, de condities; wat roepen ze bij je op, welke kennis 'komt naar boven', wat wordt eigenlijk gevraagd, gebruik je eigen woorden.
19. De leerling dient te leren zich af te vragen hoe de opgave aangepakt kan worden en hoe daarbij heuristische regels zoals de volgende gebruikt kunnen worden:
    - notatie-heuristiek;
    - maak een schets;(denkschetsen)
    - vereenvoudigen;laat een restrictie even terzijde;
    - plaatsen of typeren(soortgelijk probleem eerder opgelost?); waar doet het probleem je aan denken? welke essentiele formule zou je nodig kunnen hebben?
    - verzamel meer informatie en probeer vandaaruit opnieuw het probleem aan te pakken;
    - probeer eens wat (maar wees je je ervan bewust dat je probeert);
    - maak een schatting van wat het resultaat zou kunnen zijn
    - terugkeer naar de definities
    - achterwaarts werken, de uitgangspositie verwisselen met de doelpositie.
20. De leerling dient te leren zich af te vragen hoe de opgave afgewikkeld kan worden bijvoorbeeld met behulp van:
    - inventarisatie van stappen en tussenresultaten op papier;
    - kontroleer je tussenstappen;
    - onderbreek je oplosproces en maak de stand van zaken op;
21. De leerling dient zich af te vragen wat de betekenis van het resultaat kan zijn door aanwijzingen als:
    - bekijk of de uitkomst plausibel is;
    - kontroleer de uitkomst(vragen of opzoeken);
    - kontroleer eventueel berekeningen;
    - ga na of je eventueel fouten had kunnen vermijden;
    - ga na of je de uitkomst sneller of 'slimmer' had kunnen verkrijgen;
    - ga na hoe je het probleem aangepakt hebt;
    - maak een eigen opgave die je opzelfde manier kunt aanpakken.

22. Huiswerkinstructies dienen gericht te worden op de verwerving van probleemoplossingsvaardigheden.
23. Verlang van de leerlingen dat zij schriftelijk of mondeling hun werkwijze of aanpak kunnen toelichten en deze eis opnemen in de beoordeling.

Bijlage 5.1: Begintoets

Bij deze toets mag je alles gebruiken waarvan jij denkt dat het je kan helpen. Je mag dus je boeken, schriften en een rekenmachine gebruiken, je mag pennen, linealen, passers, etc. gebruiken.
We willen wel dat je deze test **alleen** maakt.

Hieronder staan een aantal vragen. Bij iedere vraag vind je voldoende papier om je uitwerking en al je kladwerk op te schrijven.
Er staan vragen tussen die je waarschijnlijk heel moeilijk vindt, er staan ook vragen tussen die je best kan maken.
Sommige vragen herken je van de wiskundelessen, andere opgaven zul je niet direkt herkennen.
Maak zoveel mogelijk opgaven binnen het uur.

Je krijgt voor dit werk geen cijfer. Hoe jij deze toets maakt, geef ik niet door aan de school of je leraar. Ik geef hooguit aan je leraar door hoe de hele klas deze toets gemaakt heeft; bijvoorbeeld: iedereen heeft opgave 8 opgelost, terwijl opgave 3 maar door de helft van de leerlingen gemaakt is.

Vul voor je begint eerst je naam, school en klas in:

Voornaam:

Achternaam:

School:

Klas:

Werk **rustig** aan deze toets.

Bedankt !

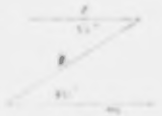
OPGAVE 1

Als je 6 schriften koopt voor 10 gulden, hoeveel betaal je dan voor 15 schriften?

- Het papier hiernaast kun je als kladpapier gebruiken.
- Schrijf hieronder je uitwerking.
- Leg uit hoe je deze opgave hebt aangepakt.
- Als je de som overslaat, schrijf dan op waarom je met deze som stopt. Schrijf bijvoorbeeld op wat je moeilijk vindt, of wat je niet weet.

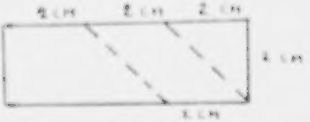
OPGAVE 2

Hieronder staat een Z-figuur met ongelijke hoeken. Als je de lijnen l en m doortrekt, vormen ze een driehoek met de lijn k. De lijnen l en m zijn dus niet evenwijdig. Bereken de hoeken in de driehoek die ontstaat.



- Het papier hiernaast kun je als kladpapier gebruiken.
- Schrijf hieronder je uitwerking.
- Leg uit hoe je deze opgave hebt aangepakt.
- Als je de som overslaat, schrijf dan op waarom je met deze som stopt. Schrijf bijvoorbeeld op wat je moeilijk vindt, of wat je niet weet.

OPGAVE 3



Hierboven staat een rechthoek die langs de stippellijnen wordt doorgeknipt.

De drie stukken worden samengevoegd tot de volgende figuur.
Hoe groot is de oppervlakte van dit figuur?

- Het papier hiernaast kun je als kladpapier gebruiken.
- Schrijf hieronder je uitwerking.
- Leg uit hoe je deze opgave hebt aangepakt.
- Als je de som overslaat, schrijf dan op waarom je met deze som stopt. Schrijf bijvoorbeeld op wat je moeilijk vindt, of wat je niet weet.

OPGAVE 4

Ineke ging met haar ouders kamperen. Terwijl haar vader bij de receptie van de camping de plaatsen reserveerde, liet haar moeder de hond uit.
Ineke wilde niet in de auto blijven zitten en liep bij de ingang rond. Daar las Ineke het bord met de prijzen:

-per persoon ƒ 2,50 per nacht
-per huisdier ƒ 1,25 per nacht
-per auto ƒ 2,50 per nacht
-kleine tent ƒ 7,50 per nacht
-grote tent ƒ 2,50 per m^2
-week- en maandtarieven op aanvraag.
-na 10 uur 's avonds mogen er geen auto's het terrein op.
-na 10 uur 30 wordt iedereen verzocht stil te zijn.

Moet je nagaan, denkt Ineke, vader, moeder, Fikkie, de auto en die grote tent......., dat is duur, dat kost zeker wel 30 gulden per nacht.

Hoe groot is de tent van de ouders van Ineke?

- Het papier hiernaast kun je als kladpapier gebruiken.
- Schrijf hieronder je uitwerking.
- Leg uit hoe je deze opgave hebt aangepakt.
- Als je de som overslaat, schrijf dan op waarom je met deze som stopt. Schrijf bijvoorbeeld op wat je moeilijk vindt, of wat je niet weet.

BEST COPY AVAILABLE

OPGAVE 5

Van een veelhoek zijn alle zijden even lang en alle hoeken 108°. Hoeveel hoekpunten heeft deze veelhoek?

- Het papier hiernaast kun je als kladpapier gebruiken.
- Schrijf hieronder je uitwerking.
- Leg uit hoe je deze opgave hebt aangepakt.

- Als je de som overslaat, schrijf dan op waarom je met deze som stopt. Schrijf bijvoorbeeld op wat je moeilijk vindt, of wat je niet weet.

OPGAVE 6

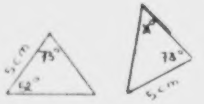
De kamer van Carla is 6 meter lang en 4 meter breed. Zij heeft een tekening van die kamer gemaakt. In de tekening is de kamer 15 cm lang. Haar bed is in de tekening 4,8 cm.
Hoe lang is dit bed in werkelijkheid?

- Het papier hiernaast kun je als kladpapier gebruiken.
- Schrijf hieronder je uitwerking.
- Leg uit hoe je deze opgave hebt aangepakt.

- Als je de som overslaat, schrijf dan op waarom je met deze som stopt. Schrijf bijvoorbeeld op wat je moeilijk vindt, of wat je niet weet.

OPGAVE 7

De twee driehoeken hieronder zijn precies even groot. De grootte van enkele zijden en hoeken is in de tekening gegeven.
Hoe groot is x ?



- Het papier hiernaast kun je als kladpapier gebruiken.
- Schrijf hieronder je uitwerking.
- Leg uit hoe je deze opgave hebt aangepakt.
- Als je de som overslaat, schrijf dan op waarom je met deze som stopt. Schrijf bijvoorbeeld op wat je moeilijk vindt, of wat je niet weet.

OPGAVE 8

Ik heb een manier om een rij getallen te maken. Kijk, ik begin met twee getallen, zeg 1 en 3. Het volgende getal is de som van die twee, dus: 1 + 3 = 4.

1, 3, 4

Het vierde getal krijg ik door 3 en 4 op te tellen, dus 3 + 4 = 7. En zo gaat het verder.
De rij getallen ziet er dan zo uit:

1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, ... enz.

Dat doen we nog eens. We beginnen met twee andere getallen, 2 en 4. We maken wel op dezelfde manier het volgende getal. De rij wordt dan:

2, 4, 6, 10, 16, , , ... enz.

Vul deze rij met nog twee getallen aan.

Ook de rijen hieronder zijn op dezelfde manier gemaakt. In de volgende rijen zijn enkele open gaten gevallen: jij moet steeds die open plaatsen opvullen:

1, 5, , 11, , 28, 45, , , ... enz.

Hieronder staat weer een rij met open plaatsen, vul ook daar de open plaatsen in:

2, , 9, , 25, , , ... enz.

En nu nog een laatste rij, vul ook hier de open plaatsen in:

3, , , 13, , , ... enz.

- Het papier hiernaast kun je als kladpapier gebruiken.
- Laat daar ook zien hoe je deze som maakt.
- Schrijf de getallen op de open plaatsen in de rijen hierboven.
- Leg uit hoe je deze opgave hebt aangepakt.

- Als je de som overslaat, schrijf dan op waarom je met deze som stopt. Schrijf bijvoorbeeld op wat je moeilijk vindt, of wat je niet weet.

Bijlage 5.2: Eindtoets

Bij deze toets mag je alles gebruiken waarvan jij denkt dat het je kan helpen. Je mag dus je boeken, schriften en een rekenmachine gebruiken, je mag pennen, linealen, passers, etc. gebruiken.
We willen wel dat je deze test **alleen** maakt.

Hieronder staan een aantal vragen. Bij iedere vraag vind je voldoende papier om je uitwerking en al je kladwerk op te schrijven.
Er staan vragen tussen die je waarschijnlijk heel moeilijk vindt, er staan ook vragen tussen die je best kan maken.
Sommige vragen herken je van de wiskundelessen, andere opgaven zul je niet direkt herkennen.
Maak zoveel mogelijk opgaven binnen het uur.

Je krijgt voor dit werk geen cijfer. Hoe jij deze toets maakt, geef ik niet door aan de school of je leraar. Ik geef hooguit aan je leraar door hoe de hele klas deze toets gemaakt heeft; bijvoorbeeld: iedereen heeft opgave 8 opgelost, terwijl opgave 3 maar door de helft van de leerlingen gemaakt is.

Vul voor je begint eerst je naam, school en klas in:

Voornaam: **Achternaam:**

School:

Klas:

Werk **rustig** aan deze toets.

Bedankt !

1. Een pak met 500 vellen papier weegt 2,5 kilo. Hoeveel wegen dan 40 vellen?

Het papier hiernaast kun je als kladpapier gebruiken.
Schrijf hieronder je uitwerking.
Leg uit hoe je deze opgave hebt aangepakt.

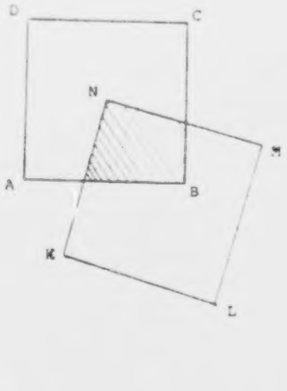
Als je de som overslaat, schrijf dan op waarom je met deze som stopt.
Schrijf bijvoorbeeld op wat je moeilijk vindt, of wat je niet weet.

2. We tekenen twee vierkanten: ABCD en KLMN. Beide vierkanten hebben een zijde van 4 cm. We knippen vierkant KLMN uit en prikken het met een punaise vast op het vierkant ABCD, zodat het punt N op het snijpunt van AC en BD ligt.

Hieronder zie je een tekening van de twee vierkanten. We hebben het overlappende gedeelte van beide vierkanten gearceerd. Vierkant KLMN kunnen we om de punaise draaien.

Hoe groot is de oppervlakte van het gearceerde deel?

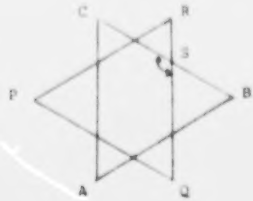
Schrijf je oplossing van deze opgave hieronder. Het papier hiernaast kun je als kladpapier gebruiken.
Vind je de som te moeilijk of heb je op dit moment geen ideeen om de som aan te pakken schrijf dan hieronder op waarom dat zo is.



3. In de tekening zie je twee driehoeken: ABC en PQR. De hoeken van beide driehoeken zijn 60°. De twee driehoeken zijn door elkaar getekend waarbij BC evenwijdig is met PQ.
S is het snijpunt van BC met QR.

- Hoe groot is de hoek CSQ ?
(In de tekening is de hoek CSQ met een boogje aangegeven).

- Beschrijf hieronder hoe je de opgave hebt aangepakt. Loop je in deze opgave vast en sla je deze opgave over, schrijf dan op wat je moeilijk vindt of wat je belemmert om verder te gaan.



4. Mij werd laatst gevraagd een tientje te wisselen.
Nu had ik meer dan *f* 10,00 aan klein geld bij me. Toch kon ik geen tientje wisselen.
Met klein geld bedoel ik de nederlandse munten: dus stuivers, dubbeltjes, kwartjes, guldens, rijksdaalders en munten van vijf gulden.

Beantwoord de twee vragen hieronder. Doe dit niet uit je hoofd, maak gebruik van het kladpapier.

a. Schrijf enkele kombinaties van munten op waarmee ik geen tientje kan wisselen en toch meer dan tien gulden aan munten bij me heb.

b. Wat is het grootste bedrag aan klein geld dat ik bij me kan hebben zodat ik nog steeds geen tientje kan wisselen.

- Hiernaast kun je alle pogingen opschrijven.
- Schrijf hieronder je resultaten op. Geef duidelijk aan hoe je te werk gaat.
- Stop je met de opgave, schrijf dan op waarom je stopt.

5. Ik rijd regelmatig met de trein van Utrecht naar Amersfoort en terug. Als ik in de trein een kaartje koop, dan moet ik *f* 2,50 meer betalen dan aan het loket.
Ik heb de afgelopen periode 12 keer een kaartje aan het loket en 7 keer een kaartje in de trein gekocht. In totaal betaalde ik *f* 171,40.

Hoe duur is een kaartje Utrecht-Amersfoort?

- Zorg ervoor dat je op dit papier duidelijk uitlegt hoe je deze opgave hebt aangepakt.
- Het papier hiernaast kun je als kladpapier gebruiken.
- Als je stopt zonder dat je de vraag beantwoord hebt, schrijf dan op waarom je hiermee stopt.

6. Los op: $5x + 11(x + 4) = 100$

- Laat duidelijk zien hoe je aan de oplossing komt.
- Het papier hiernaast kun je weer als kladpapier gebruiken.
- Kom je niet uit de som of sla je de som over, geef dan aan wat je moeilijk vindt of waarom je besluit de som over te slaan.

7. In het schrift van Saskia staat het volgende getal:

$(-2)^7 \times (-2)^6 \times (-2)^5 \times (-2)^4 \times (-2)^3 \times (-2)^2$

- Jeroen wil weten of dit getal nu groter of kleiner dan nul is. Help hem daar eens bij.
- Schrijf het zo op dat Jeroen jouw verhaal kan volgen.
- Stop je met de som, schrijf dan op waarom je stopt.

8. De Gooise Busmaatschappij moet de toeschouwers van de wedstrijd De Doortrappers tegen De Uittrappers van het spoorwegstation naar het voetbalstadion vervoeren.
Op de heenweg gebruikt de maatschappij 20 grote bussen waarin 80 mensen kunnen. Alle bussen zitten dan propvol.
Voor de terugweg kan de maatschappij alleen kleine bussen inzetten. In die bussen kunnen slechts 55 mensen.

- Hoeveel kleine bussen zijn er nodig?

- Leg ook uit hoe je aan je antwoord komt.
- Het papier hiernaast kun je als kladpapier gebruiken.
- Als je de som overslaat, schrijf dan op waarom je met deze som stopt. Schrijf bijvoorbeeld op wat je moeilijk vindt of wat je niet weet.

BEST COPY AVAILABLE

Bijlage 5.3: Retentietoets

Bij deze toets mag je alles gebruiken waarvan jij denkt dat het je kan helpen. Je mag dus je boeken, schriften en een rekenmachine gebruiken, je mag pennen, linealen, passers, etc. gebruiken.
We willen wel dat je deze test **alleen** maakt.

Hieronder staat een aantal vragen. Bij iedere vraag vind je voldoende papier om je uitwerking en al je kladwerk op te schrijven.
Er staan vragen tussen die je waarschijnlijk heel moeilijk vindt, er staan ook vragen tussen die je best kan maken.
Sommige vragen herken je van de wiskundelessen, andere opgaven zul je niet direkt herkennen.
Maak zoveel mogelijk opgaven binnen het uur.

Je krijgt voor dit werk geen cijfer. Hoe jij deze toets maakt, geef ik niet door aan de school of je leraar. Ik geef hooguit aan je leraar door hoe de hele klas deze toets gemaakt heeft; bijvoorbeeld: iedereen heeft opgave 8 opgelost, terwijl opgave 3 maar door de helft van de leerlingen gemaakt is.

Vul voor je begint eerst je naam, school en klas in:

Voornaam: **Achternaam**:

School:

Klas:

Werk **rustig** aan deze toets.

Bedankt !

1. Een doos met 240 schriften weegt 13 kilo. De doos weegt 1 kilo. Hoeveel wegen 10 schriften?

- Het papier hiernaast kun je als kladpapier gebruiken.
- Schrijf hieronder je uitwerking.
- Leg uit hoe je deze opgave hebt aangepakt.

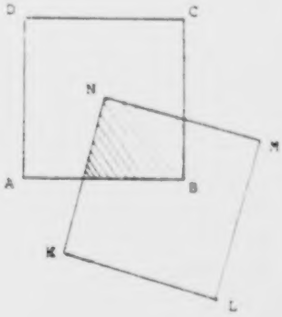
- Als je de som overslaat, schrijf dan op waarom je met deze som stopt. Schrijf bijvoorbeeld op wat je moeilijk vindt, of wat je niet weet.

2. We tekenen twee vierkanten: ABCD en KLMN. Beide vierkanten hebben een zijde van 4 cm. We knippen vierkant KLMN uit en prikken het met een punaise vast op het vierkant ABCD, zodat het punt N op het snijpunt van AC en BD ligt.

Hieronder zie je een tekening van de twee vierkanten. We hebben het overlappende gedeelte van beide vierkanten gearceerd. Vierkant KLMN kunnen we om de punaise draaien.

- Hoe groot is de oppervlakte van vierkant KLMN zónder het gearceerde deel?

- Schrijf je oplossing van deze opgave hieronder. Het papier hiernaast kun je als kladpapier gebruiken.
- Vind je de som te moeilijk of heb je op dit moment geen ideeën om de som aan te pakken schrijf dan hieronder op waarom dat zo is.

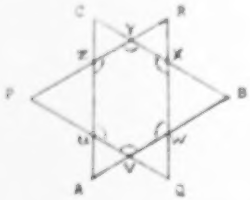


3. In de tekening zie je twee driehoeken: ABC en PQR. De hoeken van beide driehoeken zijn 60°. De twee driehoeken zijn door elkaar getekend waarbij BC evenwijdig is met PQ.

- Hoe groot zijn de hoeken U, V, W, X, Y en Z tezamen ?

  (In de tekening zijn de bedoelde hoeken met een boogje aangegeven)

- Beschrijf hieronder hoe je de opgave hebt aangepakt. Loop je in deze opgave vast en sla je deze opgave over, schrijf dan op wat je moeilijk vindt of wat je belemmert om verder te gaan.



4. Mij werd laatst gevraagd een briefje van 25 gulden te wisselen. Nu had ik voor meer dan ƒ 25,00 aan klein geld bij me. Toch kon ik geen 25 gulden wisselen.
Met klein geld bedoel ik de nederlandse munten, dus: stuivers, dubbeltjes, kwartjes, guldens, rijksdaalders en muntstukken van vijf gulden.

- Schrijf tenminste twee kombinaties van munten op waarmee ik geen briefje van 25 gulden kan wisselen, terwijl ik toch voor meer dan 25 gulden aan munten bij me heb.

- Hiernaast kun je alle pogingen opschrijven.
- Schrijf hieronder je resultaten op. Geef duidelijk aan hoe je te werk gaat.
- Stop je met de opgave, schrijf dan op waarom je stopt.

5. Ik rij regelmatig met de trein van Baarn naar Amsterdam en terug. Ik heb een kortingkaart. Met deze kaart kost een retour Baarn-Amsterdam mij 6/10 van de volle prijs.
In de afgelopen maand reisde ik 14 keer van Baarn naar Amsterdam en terug. Twee keer was ik vergeten een kaartje aan het loket te kopen en bovendien was ik mijn kortingkaart vergeten. Als je in de trein een kaartje koopt, moet je *f* 3.50 extra betalen. Totaal betaalde ik *f* 132.80.

- Hoeveel is de **volle** prijs van een retour Baarn-Amsterdam?

- Zorg ervoor dat je op dit papier duidelijk uitlegt hoe je deze opgave hebt aangepakt.
- Het papier hiernaast kun je als kladpapier gebruiken.
- Als je stopt zonder dat je de vraag beantwoord hebt, schrijf dan op waarom je hiermee stopt.

6. Los op: $7 - 3(2x + 3) = 4(x - 1)$

- Laat duidelijk zien hoe je aan de oplossing komt.
- Het papier hiernaast kun je weer als kladpapier gebruiken.
- Kom je niet uit de som of sla je de som over, geef dan aan wat je moeilijk vindt of waarom je besluit de som over te slaan.

7. In het schrift van Saskia staat het volgende getal:

$(-2)^7 \times (-1)^5 \times (-3)^3 \times (-2)^5 \times (-4)^2$

- Jeroen wil weten of dit getal nu groter of kleiner dan nul is. Help hem daar eens bij.

  Schrijf het zo op dat Jeroen jouw verhaal kan volgen.

  Stop je met de som, schrijf dan op waarom je stopt.

8. De Goose Busmaatschappij moet de toeschouwers van de wedstrijd De Doortrappers tegen De Uittrappers van het spoorwegstation naar het voetbalstadion vervoeren.
Op de heenweg gebruikt de maatschappij 20 grote en 15 kleine bussen, alle bussen zijn vol. De grote bussen kunnen elk 93 personen vervoeren en de kleine elk 45.
Voor de terugweg kan de maatschappij alleen grote bussen inzetten.

- Hoeveel van die grote bussen zijn er nodig?

- Leg ook uit hoe je aan je antwoord komt.
- Het papier hiernaast kun je als kladpapier gebruiken.
- Als je de som overslaat, schrijf dan op waarom je met deze som stopt. Schrijf bijvoorbeeld op wat je moeilijk vindt of wat je niet weet.

Bijlage 5.4: Keuze van opgaven voor de retentietoets

Met het programma beoog ik een durend effect te weeg te brengen, d.w.z. ook na verloop van tijd zouden het aanpakgedrag en daarmee corresponderende effectieve oplosssingen zichtbaar moeten zijn. Vandaar dat 3 maanden na afloop van het onderwijsprogramma een retentietoets afegenomen wordt. De leerlingen hebben na afloop onderwijs gekregen van hun docenten waarbij deze docenten niet beschikten over een uitgewerkt onderwijsprogramma zoals het experimentele. Wel beschikte men uiteraard over de opgedane kennis en de op schrift vastgelegde onderwijsinstructies en hulpmiddelen, zoals de basisheuristiek.
De retentietoets is een variant op de eindtoets: de opgaven van die laatste toets zijn als basis genomen.
Elk van de opgaven keert weer terug in de retentietoets qua formulering en qua structuur. De opgaven zijn moeilijker gemaakt door één of meer stappen in de oplossingsgang toe te voegen en/of één of meer gegevens. De overweging hierbij is dat de leerlingen in vergelijking met de afnamedatum van de eindtoets inmiddels 3 maanden langer onderwijs hebben gekregen, zodat meer ervaring met het oplossen van opgaven verondersteld mag worden.

Som 1
Aan deze som is een extra gegeven toegevoegd (gewicht van de doos). De aantallen zijn eenvoudig gehouden. De som is bedoeld als aanloopsom.

Som 2
De som is ongewijzigd voor wat betreft de figuur en gegevens. Er wordt echter naar een andere oppervlakte gevraagd waarbij een extra berekenstap nodig is. Ook wordt naar (een deel van) het vierkant gevraagd dat in de meer ongewone positie ligt. Leerlingen zijn gevoelig voor vaste patronen, ongewone posities van figuren is al gauw moeilijker.

Som 3
De figuur en gegevens van de vorige opgave zijn volledig gehandhaafd. De vraagstelling is gecompliceerder. Er is een uitbreiding in die zin dat de totaalsom van 6 hoeken 'berekend' moet worden. De leerling kan de uitkomst weten, als hij zich prompt de regel (n-2).180 herinnert. Zo niet, dan is berekenen mogelijk via toepassing van de F-regel (6 keer). Tenslotte kan hij de 6-hoek waar het om gaat ook opdelen in 2 vierhoeken en toepassen het kennisfeit van 360 graden per vierhoek.

Som 4
Deze som is moeilijker gemaakt door het bedrag groter te maken (25 gulden i.p.v. 10). Dit levert meer combinatiemogelijkheden op, hetgeen de 'zoekruimte' vergroot. Dezelfde probeerstrategie zal echter effectief blijven. Er wordt een vraag gesteld (b-vraag vervalt).

Som 5
De som is meer complex gemaakt door de introductie van een extra gegeven (kortingkaart). De structuur van de som is niet veranderd.

Som 6
Het gaat hier om een som rechtstreeks uit het boek (som 22, hfd 5), maar met enige getalsveranderingen. Hij is wat moeilijker omdat er nu onbekenden staan aan beide zijden van het =-teken.

Som 7
De som is qua structuur identiek met de vorige. Er is meer diversiteit in grondtallen en exponenten opgenomen, maar op zich zijn de te gebruiken regels onveranderd (som 17, hfd.3).

Som 8
Aan de som is een extra gegeven toegevoegd, de structuur blijft evenals de formuleringen gelijk.

Bijlage 5.5: Beoordeling van de begintoets op 9 categorieën: interbeoordelaarsbetrouwbaarheid

Elke som van de begintoets van 119 leerlingen is beoordeeld door twee beoordelaars, onafhankelijk van elkaar. De beoordeling geschiedde aan de hand van het beoordelingsschema.
Per opgave en per categorie is berekend de verwachte toevalsovereenstemming en de geobserveerde overeenstemming[1]. Op basis hiervan is vervolgens Cohen's kappa berekend. Totaal werden derhalve 72 kappa's berekend (m.b.v. AGREE, Popping, 1988).
Door Landis & Koch (1977) wordt een oplopende betekenis gehecht aan de grootte van de kappa; in onderstaande tabel wordt dit weergegeven, waarbij tevens de aantallen berekende kappa's zijn aangegeven.

Tabel 5.5.1: Overzicht van de betekenis van de grootte van de kappa en de aantallen berekende kappa's

K:	overeenstemming	aantal kappa's
0-.20	enigszins	2
.20-.40	matig	7
.40-.60	redelijk	14
.60-.80	behoorlijk	10
.80-.100	sterk	26

In 13 gevallen is de verwachte en geobserveerde frequentie precies gelijk, hetgeen (vanwege de aard van de formule) leidt tot een berekende kappa van 0. In alle gevallen waar de overeenstemmingsmaat kappa als 0 wordt berekend, hebben de beide beoordelaars de som toegewezen aan één en dezelfde categorie. In dat geval zijn de geobserveerde en verwachte overeenstemming beide even groot, want bijna één. Kappa heeft in deze gevallen geen betekenisvolle waarde omdat de overeenstemming praktisch perfekt is. In deze gevallen wordt aan Kappa de waarde 1 toegekend.

De beoordeling per categorie is als volgt:

1. De toevalsovereenstemming is berekend gegeven het aantal malen dat elk van de beoordelaars een gemaakte som aan een categorie heeft toegewezen.

Tabel 5.5.2: Overzicht van berekende kappa's per beoordelingscategorie

	schaalwaarden kappa				
	0-.20	.20-.40	.40-.60	.60-.80	.80-.100
categorie:					
1. aanpak				2	6
2. antwoord					8
3. termen		2	3		3
4. proces			4	4	
5. uitleg		2	4	2	
6. overslaan				3	5
7. heuristiek					8
8. tekening		1	2		5
9. controle	1		2		5
10. reflectie	1	2		1	4

De beoordeling per som is als volgt:

Tabel 5.5.3: Overzicht van berekende kappa's per som

	schaalwaarden kappa				
	0-.20	.20-.40	.40-.60	.60-.80	.80-.100
som:					
1		1	2		7
2	1	1	2	2	4
3		2	2	2	4
4	1	1	1	1	6
5		2	1	1	6
6			2	3	5
7			3	1	6
8			1	3	6

Uit het voorgaande kunnen we het volgende concluderen:

1. In het algemeen is de overeenstemming redelijk tot sterk.
2. Tussen de categorieën is verschil: antwoord (aantal goed), de meest eenduidige categorie, geeft ook de sterkste overeenstemming te zien; over de overige categorieën is de overeenstemming ook redelijk tot sterk, behalve bij de categorie reflectie.

3. Per opgave berekend ontlopen de oordelen elkaar eveneens weinig.
4. De instructiehandleiding m.b.t. het analyseschema mag als bevredigend en bruikbaar beoordeeld worden.

OBSERVATIEFORMULIER

A. ALGEMENE GEGEVENS

CODERING

1. Weeknummer:
2. Observator (nummer):
3. Docentnummer:
4. Klasnummer:
5. Schoolnummer:
6. Leerstof: hoofdstuknrs. en somnr.:

	1	2	3	4	5	6	totaal
gepland:							
behandeld:							

7. Lesstruktuur (didaktische werkvorm)
   - beginepisode ..... min.
   - frontaal ..... min.
   - leergesprek ..... min.
   - klassegesprek ..... min.
   - groepjes onderwijs ..... min.
   - individu-gericht ..... min.
8. Duur van de les (formeel):

B. METHODE PROBLEEMOPLOSSEN

9. Zet de docent aan tot leren van:

9.1. notatie

0 = nee

1 = ja

9.2. formules

CODERING

0 = nee

1 = ja

9.3. operaties (wiskundige bewerkingen, zoals vermenigvuldigen, worteltrekken, e.d.)

0 = nee

1 = ja

---

10. Reikt de docent oplossingsstrategieën en -taktieken aan?

(Wijst de docent expliciet op de opgave-overstijgende betekenis van een aanpak, bijv. door twee aanpakken van twee leerlingen met elkaar te vergelijken?)

	hfdst. + somnr.	n minuten
1		
2		
3		
4		
5		
6		

11. Reserveert de docent lesruimte voor probleemoplossings aktiviteiten?

(Zoals: goed lezen, verwoorden, aangeven tips, evalueren van aanpakken, enz.)

1 = veel

2 = redelijk veel

3 = gaat wel

4 = weinig

12. Geeft de docent huiswerkinstruktie gericht op verwerving van probleemoplossingsvaardigheden?

0 = nee

1 = ja

Bijlage 5.6: Observatieschema

CODERING

13. Legt de docent verbinding tussen eerder en later geleerde leerstof?

00 = niet waargenomen

..... = aantal keren voorgekomen

14. Verbindt de docent leerstof met toepassingsmogelijkheden?

00 = kwam niet voor

..... = aantal keren dat de docent hierop wijst

15. Moedigt de docent aan tot hardopdenken (verbaliseren van aantonen van denkstappen en tussenresultaten)?

00 = kwam niet voor

..... = aantal keren

16. Moedigt de docent aan tot retrospektie (d.w.z. een leerling achteraf zijn/haar oplosproces laten verwoorden)?

00 = kwam niet voor

..... = aantal keren

17. Zijn instrukties of aktiviteiten waarneembaar die gericht zijn op en passen in de door ons benoemde probleemoplossingsfasen?

encodering	00 = nee	.... = aantal keren
probleemconceptie	00 = nee	.... = aantal keren
afwikkeling	00 = nee	.... = aantal keren
evaluatie/kontrole	00 = nee	.... = aantal keren

CODERING

18. Verlangt de docent van de leerlingen een schriftelijke weergave van het oplosproces?

0 = nee

1 = ja

19. Wordt een goede leerling de gelegenheid geboden al hardopdenkend een opgave op te lossen als voorbeeld voor de andere leerlingen?

0 = nee

1 = ja

20. Zijn de leerlingen in staat hun werkwijze of aanpak mondeling toe te lichten? (Welke heuristieken?)

(Alleen scoren als aanpak of heuristiek expliciet wordt benoemd).

00 = nee

..... = aantal keren

21. Brengen leerlingen alternatieve oplossingen naar voren?

00 = nee

..... = aantal keren

22. Maken leerlingen huiswerk dat gericht is op het zichtbaar maken van het oplossingsproces? (D.w.z. dienen aanpak, oplossingsstappen, kontrole en evaluatie geëxpliciteerd te worden en gebeurt dat ook, vereist bekijken schriften tijdens de les).

0 = nee

1 = ja

CODERING

23. Zijn de lesonderdelen uitgevoerd zoals gepland?

(vooraf invullen)

	1	2	3	4	5	6
Gepland: (hfdstnr., lesnr. + lesonderd.nr.*						
Uitgevoerd:						

* lesonderdeelnr.: a = 1, b = 2, c = 3, d = 4, e = 5

24. Bijzonderheden:

0 = niets ingevuld

1 = ingevuld

HULPKAART T.B.V. OBSERVATIES 0099/53
1 DATUM
3 KLASNR
6 LEERSTOF
7 LESSTRUCTUUR
9 NOTATIE/FORMULES OPERATIES
10 OPLOSSINGSSTRATEGIEEN
11 PROBLEEMOPLOSSINGSACTIVITEITEN
12 HUISWERKINSTRUCTIE
13 VERBINDING LEERSTOF
14 TOEPASSINGSMOGELIJKHEDEN
15 HARDOP DENKEN
16 RETROSPECTIE
17 PROBLEEMOPLOSSINGSFASEN
18 SCHRIFTELIJKE WEERGAVE
19 LEERLING VOORBEELD
20 WERKWIJZE TOELICHTEN
21 ALTERNATIEVE OPLOSSINGEN
22 HUISWERK
23 PLANNING GEVOLGD
24 BIJZONDERHEDEN

BEST COPY AVAILABLE

Bijlage 6.1: Scoring van de begin-, eind- en retentietoets

De toets bestond uit 8 opgaven. Elke opgave is gescoord door een beoordelaar op 9 categorieën, o.a. antwoord, heuristiekgebruik, enz. (zie paragraaf 5.3, punt 5). Per leerling per toets diende een totaalscore op elk van de 9 categorieën verkregen te worden, bv. het aantal goed. Hiertoe is de volgende procedure gehanteerd.
Elke beoordelingscategorie is gedichotomiseerd, t.w. bedoeld kenmerk was wel of niet aanwezig of wel of niet positief, bijvoorbeeld antwoord goed of fout. (Voor een overzicht van de oorspronkelijke schaalwaarden per categorie, zie figuur 5.4, pag. 80).
Afwezigheid van oordeel als gevolg van niet maken van de opgave door de leerling(e) werd ondergebracht in de categorie negatief of niet aanwezig. Deze handelwijze is te verdedigen als volgt: de toetsomstandigheden voor alle leerlingen waren in wezen gelijk, men kreeg elk een lesuur de tijd om de toets te maken. De toets kon ook in een lesuur gemaakt worden, zo bleek uit ervaringen van de pilotstudie (Riemersma en Van de Venne, 1988). Niet maken van een opgave kan derhalve als een falen worden opgevat en derhalve als zodanig gewaardeerd.
De volgende dichotome variabelen werden geconstrueerd:
aanpak, antw (oord), term, proces, uitleg, heur, teken, kontrole en reflek. Het beoordelingspunt 'overslaan', een open categorie, werd niet in de berekeningen hier betrokken.
AANPAK: dit is een dichotome variabele met de waarden wel of niet aangepakt.
ANTW: de alternatieven geen antwoord en niet goed werden samengevoegd en afgezet tegen goed antwoord. Belangrijk is dat de totaalscore per toets het aantal goede antwoorden weergeeft.
TERM: de categorieën gedeeltelijk begrepen en begrepen werden samengenomen tot 'begrepen'; de categorieën niet van toepassing (niet relevant), verkeerd geïnterpreteerd, onbekend en niet scoorbaar tot 'onbegrepen'. De bedoeling van deze vraag was het punt van voldoende voorkennis t.a.v. (wiskundige) begrippen vast te stellen. Verlies van informatie door dichotomisering is acceptabel.
PROCES: geen proces zichtbaar en foute stappen werd tot de negatieve categorie samengenomen en afgezet tegen goede stappen.
UITLEG: de drie categorieën die elk een niveau van uitleg geven, zijn samengenomen tot uitleg en afgezet tegen geen uitleg (waarin onvolledige uitleg is toegevoegd). Hiermee wordt veel informatie verloren. Nader bekijken of dit item een schaal oplevert.
HEUR: dit is een dichotome variabele als we de categorie n.v.t. als niet relevant opvatten. Dit is te verdedigen als we ervan uitgaan dat elke opgave als een probleem door de leerlingen is ervaren en derhalve heuristische regels dienstig konden zijn. Alleen in die gevallen dat de leerlingen direct de oplossingsweg zagen, zou deze categorie van belang zijn.

TEKEN: dit is eveneens een dichotome variabele als we afzien van de categorie niet van toepassing met dezelfde argumentatie als bij HEUR.
KONTROLE: belangrijk is hier dat er kontrole gepleegd is, derhalve is de categorie foutieve kontrole en goede kontrole samengenomen tot de positieve waardering afgezet tegen geen kontrole zichtbaar.
REFLEK: elke vorm van reflektie is samengenomen in de positieve categorie reflektie afgezet tegen geen reflektie zichtbaar.

Bijlage 6.2: Gemiddelden per toets per toetsvariabele

Deze bijlage bestaat uit 3 subbijlagen. Het gaat om tabellen van gemiddelden per klas en per conditie op elk van de 9 variabelen op de drie toetsen: de begin-, eind- en retentietoets. Op de eindtoets- en retentietoetsvariabelen vond analyse plaats met inachtneming van enkele beginsituatie-variabelen (covariabelen).

6.2.1. Toelichting, opmerkingen en conclusies bij tabel 6.2.1: Begintoetsvariabelen

Toelichting:
Per klas is het gemiddelde weergegeven met de standaarddeviatie op elk van de 9 variabelen van de begintoets. Eveneens zijn de conditiegemiddelden weergegeven.
Per klasfactor en per conditie-factor is een mogelijk effect aangegeven door middel van vermelding van de p-waarde bij variantie-analytische toetsing. $P > .05$ wordt opgevat als niet significant.

Opmerkingen:
Met betrekking tot de prestatievariabele 'aantal antwoorden correct' kan geconstateerd worden dat hierop de beide condities van elkaar verschillen; er is eveneens een klaseffect. Over het algemeen scoren de controle-klassen wat lager dan de experimentele klassen.
Overige Variabelen. Met betrekking tot de meeste overige variabelen (procesvariabelen) is eveneens een conditie-effect vast te stellen en ook een klaseffect. Uitzonderingen vormen de variabele aanpak (noch klas- noch conditie-effect) en de variabele kontrole (geen klaseffect).

Conclusie:
Bij de start van het experimentele onderwijsleerprogramma is er met betrekking tot de meeste variabelen een verschil tussen de beide condities en tussen de klassen.

Toelichting op de tabellen in bijlage 6.2:
de klassen 1 t/m 7 vormen de experimentele conditie (= conditie 1);
de klassen 8 t/m 14 vormen de controleconditie (= conditie 2).

Tabel 6.2.1: Overzicht van gemiddelden en standaarddeviaties van de begintoetsvariabelen per klas en per conditie, alsmede variantie-analytische berekeningen

Gemiddelden en Standaarddeviaties
Variabele .. AANPAK1

FACTOR	CODE	Gem.	Std. Dev.	N
KLAS	0000001	7.750	.550	20
KLAS	000002	7.133	2.161	30
KLAS	000003	7.440	1.758	25
KLAS	000004	7.379	1.590	29
KLAS	000005	7.036	2.502	28
KLAS	0000006	7.433	2.029	30
KLAS	0000007	7.533	1.525	30
KLAS	00000008	7.321	2.109	28
KLAS	00000009	7.950	.224	20
KLAS	00000010	8.000	.000	27
KLAS	00000011	7.593	1.551	27
KLAS	00000012	7.321	2.109	28
KLAS	00000013	7.520	1.759	25
KLAS	00000014	6.680	2.015	25
Totaal steekproef		7.419	1.766	372
CONDITIE	1	7.370	1.846	192
CONDITIE	2	7.472	1.679	180

Toetsing met als onafhankelijke variabelen resp. klas en conditie:
klaseffect: p=.48 conditie-effect: p=.57

Gemiddelden en Standaarddeviaties
Variabele .. ANTW1

FACTOR	CODE	Gem.	Std. Dev.	N
KLAS	0000001	3.700	1.559	20
KLAS	000002	3.800	1.690	30
KLAS	000003	2.280	1.308	25
KLAS	000004	2.793	1.760	29
KLAS	000005	3.071	1.824	28
KLAS	0000006	3.800	1.648	30
KLAS	0000007	3.733	1.437	30
KLAS	00000008	1.964	1.319	28
KLAS	00000009	2.050	1.191	20
KLAS	00000010	2.852	1.562	27
KLAS	00000011	3.370	1.363	27
KLAS	00000012	3.393	1.912	28
KLAS	00000013	1.320	1.108	25
KLAS	00000014	1.560	1.044	25
Totaal steekproef		2.874	1.704	372
CONDITIE	1	3.323	1.688	192
CONDITIE	2	2.394	1.591	180

Toetsing met als onafhankelijke variabelen resp. klas en conditie:
klaseffect: p=.00 conditie-effect: p=.00

Gemiddelden en Standaarddeviaties
Variabele .. TERM1

FACTOR	CODE	Gem.	Std. Dev.	N
KLAS	0000001	3.200	.834	20
KLAS	000002	2.900	1.213	30
KLAS	000003	3.000	1.155	25
KLAS	000004	2.552	1.121	29
KLAS	000005	3.286	1.462	28
KLAS	0000006	3.600	1.248	30
KLAS	0000007	3.367	1.033	30
KLAS	00000008	2.071	1.215	28
KLAS	00000009	1.700	.979	20
KLAS	00000010	2.741	.984	27
KLAS	00000011	3.037	1.160	27
KLAS	00000012	2.429	1.345	28
KLAS	00000013	1.600	.913	25
KLAS	00000014	2.040	1.020	25
Totaal steekproef		2.710	1.275	372
CONDITIE	1	3.130	1.206	192
CONDITIE	2	2.261	1.193	180

Toetsing met als onafhankelijke variabelen resp. klas en conditie:
klaseffect: p=.00 conditie-effect: p=.00

Gemiddelden en Standaarddeviaties
Variabele .. PROCES1

FACTOR	CODE	Gem.	Std. Dev.	N
KLAS	0000001	3.8[illegible]	1.309	20
KLAS	000002	3.533	1.548	30
KLAS	000003	1.800	1.323	25
KLAS	000004	2.931	1.668	29
KLAS	000005	3.000	1.678	28
KLAS	0000006	3.000	1.509	30
KLAS	0000007	3.333	1.373	30
KLAS	00000008	1.643	1.367	28
KLAS	00000009	2.000	1.298	20
KLAS	00000010	2.519	1.553	27
KLAS	00000011	3.111	1.423	27
KLAS	00000012	3.107	1.595	28
KLAS	00000013	1.280	1.137	25
KLAS	00000014	1.360	.907	25
Totaal steekproef		2.629	1.614	372
CONDITIE	1	3.057	1.586	192
CONDITIE	2	2.172	1.520	180

Toetsing met als onafhankelijke variabelen resp. klas en conditie:
klaseffect: p=.00 conditie-effect: p=.00

Gemiddelden en Standaarddeviaties
Variabele .. UITLEG1

FACTOR	CODE	Gem.	Std. Dev.	N
KLAS	0000001	2.900	1.619	20
KLAS	000002	3.500	1.961	30
KLAS	000003	1.960	1.670	25
KLAS	000004	2.586	1.783	29
KLAS	000005	2.000	1.440	28
KLAS	0000006	1.400	1.303	30
KLAS	0000007	1.600	1.499	30
KLAS	00000008	.321	.723	28
KLAS	00000009	1.350	1.387	20
KLAS	00000010	2.741	1.992	27
KLAS	00000011	.630	.967	27
KLAS	00000012	2.107	1.618	28
KLAS	00000013	2.080	1.631	25
KLAS	00000014	.800	1.118	25
Totaal steekproef		1.858	1.739	372
CONDITIE	1	2.255	1.749	192
CONDITIE	2	1.433	1.628	180

Toetsing met als onafhankelijke variabelen resp. klas en conditie:
klaseffect: p=.00 conditie-effect: p=.00

Gemiddelden en Standaarddeviaties
Variabele .. HEUR1

FACTOR	CODE	Gem.	Std. Dev.	N
KLAS	0000001	.150	.366	20
KLAS	000002	.100	.305	30
KLAS	000003	.200	.500	25
KLAS	000004	.000	.000	29
KLAS	000005	.036	.189	28
KLAS	0000006	.000	.000	30
KLAS	0000007	.033	.183	30
KLAS	00000008	.000	.000	28
KLAS	00000009	.000	.000	20
KLAS	00000010	.000	.000	27
KLAS	00000011	.000	.000	27
KLAS	00000012	.000	.000	28
KLAS	00000013	.000	.000	25
KLAS	00000014	.000	.000	25
Totaal steekproef		.035	.198	372
CONDITIE	1	.068	.272	192
CONDITIE	2	.000	.000	180

Toetsing met als onafhankelijke variabelen resp. klas en conditie:
klaseffect: p=.00 conditie-effect: p=.00

Gemiddelden en Standaarddeviaties
Variabele .. TEKEN1

FACTOR	CODE	Gem.	Std. Dev.	N
KLAS	0000001	2.450	.826	20
KLAS	000002	1.967	1.450	30
KLAS	000003	1.400	1.190	25
KLAS	000004	1.966	1.180	29
KLAS	000005	1.286	1.243	28
KLAS	0000006	1.233	.935	30
KLAS	0000007	1.700	1.179	30
KLAS	00000008	.786	.833	28
KLAS	00000009	.300	.571	20
KLAS	00000010	1.185	.962	27
KLAS	00000011	.926	.997	27
KLAS	00000012	1.464	1.261	28
KLAS	00000013	.480	.714	25
KLAS	00000014	.640	.860	25
Totaal steekproef		1.285	1.184	372
CONDITIE	1	1.688	1.218	192
CONDITIE	2	.856	.981	180

Toetsing met als onafhankelijke variabelen resp. klas en conditie:
klaseffect: p=.00 conditie-effect: p=.00

Gemiddelden en Standaarddeviaties
Variabele .. KONTROL1

FACTOR	CODE	Gem.	Std. Dev.	N
KLAS	0000001	.250	.444	20
KLAS	000002	.100	.305	30
KLAS	000003	.200	.500	25
KLAS	000004	.172	.602	29
KLAS	000005	.214	.499	28
KLAS	0000006	.200	.407	30
KLAS	0000007	.200	.484	30
KLAS	00000008	.000	.000	28
KLAS	00000009	.050	.224	20
KLAS	00000010	.111	.320	27
KLAS	00000011	.259	.447	27
KLAS	00000012	.071	.262	28
KLAS	00000013	.080	.277	25
KLAS	00000014	.120	.332	25
Totaal steekproef		.145	.396	372
CONDITIE	1	.187	.465	192
CONDITIE	2	.100	.301	180

Toetsing met als onafhankelijke variabelen resp. klas en conditie:
klaseffect: p=.41 conditie-effect: p=.03

Gemiddelden en Standaarddeviaties
Variabele .. REFLEK1

FACTOR	CODE	Gem.	Std. Dev.	N
KLAS	0000001	.750	.716	20
KLAS	000002	.200	.407	30
KLAS	000003	.160	.374	25
KLAS	000004	.069	.258	29
KLAS	000005	1.107	1.499	28
KLAS	0000006	.533	.681	30
KLAS	0000007	.467	.571	30
KLAS	00000008	.179	.476	28
KLAS	00000009	.000	.000	20
KLAS	00000010	.074	.267	27
KLAS	00000011	.630	.967	27
KLAS	00000012	.179	.390	28
KLAS	00000013	.160	.473	25
KLAS	00000014	.840	.943	25
Totaal steekproef		.382	.745	372
CONDITIE	1	.458	.811	192
CONDITIE	2	.300	.659	180

Toetsing met als onafhankelijke variabelen resp. klas en conditie:
klaseffect: p=.00 conditie-effect: p=.04

6.2.2. Toelichting, opmerkingen en conclusies bij tabel 6.2.2: Eindtoetsvariabelen

Toelichting:
Per klas is het gemiddelde weergegeven met de standaarddeviatie op elk van de 9 variabelen van de begintoets. Eveneens zijn de conditiegemiddelden weergegeven.
Per klasfactor en per conditie-factor is een mogelijk effect aangegeven door middel van vermelding van de p-waarde bij variantie-analytische toetsing. P > .05 wordt opgevat als zijnde niet significant.
De gemiddelden per klas en per conditie zijn getoetst met inachtneming van mogelijke invloeden van de covariabelen 'antwoord begintoets' en van 'advies van de basisschool'. Het gaat hier om voorlopige berekeningen waarbij niet onderzocht is of aan de voorwaarden voor covariantie werd voldaan.

Opmerkingen:
Er is een klas- en conditie-effect ten aanzien van de prestatievariabele antwoord. De experimentele conditie scoort hoger. Klaseffecten zijn voorts waar te nemen op alle procesvariabelen behalve op de variabele tekening.
Ten aanzien van de variabelen aanpak, termen en begrippen, proces en uitleg is er sprake van een conditie-effect; op de overige variabelen is dit niet zo.

De scores op de variabelen heuristieken, kontrole en reflektie zijn laag tot zeer laag.

Conclusie:
De beide condities verschillen van elkaar op de afhankelijke variabelen 'aantal antwoorden correct' en op de procesvariabelen aanpak, termen, proces en uitleg, bij constanthouding van de covariabelen 'advies basisschool' en 'aantal antwoorden correct op de begintoets'.

Tabel 6.2.2: Overzicht van gemiddelden en standaarddeviaties van de eindtoetsvariabelen per klas en per conditie, alsmede variantie-analytische berekeningen

Gemiddelden en Standaarddeviaties
Variabele .. AANPAK2

FACTOR	CODE	Gem.	Std. Dev.	N
KLAS	0000001	7.500	.924	18
KLAS	000002	7.880	.332	25
KLAS	000003	7.706	.588	17
KLAS	000004	7.154	1.488	26
KLAS	000005	7.947	.229	19
KLAS	0000006	7.833	.381	24
KLAS	0000007	7.793	.559	29
KLAS	00000008	7.864	.351	22
KLAS	00000009	7.833	.577	12
KLAS	00000010	7.846	.464	26
KLAS	00000011	7.696	.926	23
KLAS	00000012	7.800	.577	25
KLAS	00000013	7.850	.489	20
KLAS	00000014	7.182	1.259	22
Totaal steekproef		7.701	.779	308
CONDITIE	1	7.684	.807	158
CONDITIE	2	7.720	.752	150

Toetsing met onafhankelijke variabelen resp. klas en conditie en met covariabelen advies basisschool en antwoord begintoets.
Klaseffect: p=.00 conditie-effect: p=.05

Gemiddelden en Standaarddeviaties
Variabele .. ANTW2

FACTOR	CODE	Gem.	Std. Dev.	N
KLAS	0000001	5.333	1.414	18
KLAS	000002	5.560	1.121	25
KLAS	000003	3.353	1.835	17
KLAS	000004	3.462	1.503	26
KLAS	000005	4.579	2.063	19
KLAS	0000006	5.250	1.482	24
KLAS	0000007	5.345	1.010	29
KLAS	00000008	1.773	1.445	22
KLAS	00000009	2.250	1.658	12
KLAS	00000010	3.154	1.317	26
KLAS	00000011	3.000	1.732	23
KLAS	00000012	4.000	1.780	25
KLAS	00000013	2.050	1.572	20
KLAS	00000014	1.864	1.125	22
Totaal steekproef		3.731	1.984	308
CONDITIE	1	4.747	1.685	158
CONDITIE	2	2.660	1.694	150

Toetsing met onafhankelijke variabelen resp. klas en conditie en met covariabelen advies basisschool en antwoord begintoets.
Klaseffect: p=.00 conditie-effect: p=.00

Gemiddelden en Standaarddeviaties
Variabele .. TERM2

FACTOR	CODE	Gem.	Std. Dev.	N
KLAS	0000001	3.167	.924	18
KLAS	000002	2.560	1.227	25
KLAS	000003	2.235	.970	17
KLAS	000004	1.500	.990	26
KLAS	000005	2.263	.991	19
KLAS	0000006	2.792	.977	24
KLAS	0000007	2.724	.649	29
KLAS	00000008	.455	.596	22
KLAS	00000009	1.167	.718	12
KLAS	00000010	1.577	1.027	26
KLAS	00000011	2.000	1.206	23
KLAS	00000012	2.120	1.201	25
KLAS	00000013	.900	.641	20
KLAS	00000014	1.000	.617	22
Totaal steekproef		1.919	1.204	308
CONDITIE	1	2.449	1.074	158
CONDITIE	2	1.360	1.076	150

Toetsing met onafhankelijke variabelen resp. klas en conditie en met covariabelen advies basisschool en antwoord begintoets.
Klaseffect: p=.00 conditie-effect: p=.00

Gemiddelden en Standaarddeviaties
Variabele .. PROCES2

FACTOR	CODE	Gem.	Std. Dev.	N
KLAS	0000001	1.55[illegible]	.922	18
KLAS	000002	2.040	.978	25
KLAS	000003	2.824	1.074	17
KLAS	000004	2.077	.845	26
KLAS	000005	2.211	.787	19
KLAS	0000006	1.708	.859	24
KLAS	0000007	1.828	1.002	29
KLAS	00000008	3.318	1.249	22
KLAS	00000009	3.500	1.168	12
KLAS	00000010	3.538	1.881	26
KLAS	00000011	2.652	1.027	23
KLAS	00000012	2.360	1.186	25
KLAS	00000013	5.250	1.682	20
KLAS	00000014	3.182	1.220	22
Totaal steekproef		2.659	1.481	308
CONDITIE	1	2.006	.974	158
CONDITIE	2	3.347	1.614	150

Toetsing met onafhankelijke variabelen resp. klas en conditie en met covariabelen advies basisschool en antwoord begintoets.
Klaseffect: p=.00 conditie-effect: p=.00

Gemiddelden en Standaarddeviaties
Variabele .. UITLEG2

FACTOR	CODE	Gem.	Std. Dev.	N
KLAS	0000001	1.722	1.565	18
KLAS	000002	1.400	1.555	25
KLAS	000003	.529	.717	17
KLAS	000004	.654	.936	26
KLAS	000005	1.000	.745	19
KLAS	0000006	.250	.442	24
KLAS	0000007	.517	.738	29
KLAS	00000008	.045	.213	22
KLAS	00000009	.000	.000	12
KLAS	00000010	.654	1.413	26
KLAS	00000011	.217	.518	23
KLAS	00000012	.480	.918	25
KLAS	00000013	.000	.000	20
KLAS	00000014	.636	.953	22
Totaal steekproef		.588	1.025	308
CONDITIE	1	.835	1.117	158
CONDITIE	2	.327	.847	150

Toetsing met onafhankelijke variabelen resp. klas en conditie en met covariabelen advies basisschool en antwoord begintoets.
Klaseffect: p=.00 conditie-effect: p=.00

Gemiddelden en Standaarddeviaties
Variabele .. HEUR2

FACTOR	CODE	Gem.	Std. Dev.	N
KLAS	0000001	.222	.548	18
KLAS	000002	.000	.000	25
KLAS	000003	.059	.243	17
KLAS	000004	.038	.196	26
KLAS	000005	.000	.000	19
KLAS	0000006	.000	.000	24
KLAS	0000007	.034	.186	29
KLAS	00000008	.045	.213	22
KLAS	00000009	.167	.389	12
KLAS	00000010	.000	.000	26
KLAS	00000011	.087	.288	23
KLAS	00000012	.000	.000	25
KLAS	00000013	.000	.000	20
KLAS	00000014	.000	.000	22
Totaal steekproef		.039	.210	308
CONDITIE	1	.044	.235	158
CONDITIE	2	.033	.180	150

Toetsing met onafhankelijke variabelen resp. klas en conditie en met covariabelen advies basisschool en antwoord begintoets.
Klaseffect: p=.03 conditie-effect: p=.53

Gemiddelden en Standaarddeviaties
Variabele .. TEKEN2

FACTOR	CODE	Gem.	Std. Dev.	N
KLAS	0000001	1.167	1.249	18
KLAS	000002	1.000	.764	25
KLAS	000003	.647	.862	17
KLAS	000004	.692	.679	26
KLAS	000005	.474	.513	19
KLAS	0000006	.458	.658	24
KLAS	0000007	.793	.819	29
KLAS	00000008	.455	.596	22
KLAS	00000009	.167	.389	12
KLAS	00000010	.577	.578	26
KLAS	00000011	.478	.730	23
KLAS	00000012	.640	.907	25
KLAS	00000013	.350	.587	20
KLAS	00000014	.136	.351	22
Totaal steekproef		.591	.758	308
CONDITIE	1	.747	.821	158
CONDITIE	2	.427	.649	150

Toetsing met onafhankelijke variabelen resp. klas en conditie en met covariabelen advies basisschool en antwoord begintoets.
Klaseffect: p=.09 conditie-effect: p=.26

Gemiddelden en Standaarddeviaties
Variabele .. KONTROL2

FACTOR	CODE	Gem.	Std. Dev.	N
KLAS	0000001	.500	.618	18
KLAS	000002	.200	.577	25
KLAS	000003	.000	.000	17
KLAS	000004	.269	.533	26
KLAS	000005	.316	.478	19
KLAS	0000006	.167	.381	24
KLAS	0000007	.069	.258	29
KLAS	00000008	.000	.000	22
KLAS	00000009	.167	.389	12
KLAS	00000010	.115	.431	26
KLAS	00000011	.130	.458	23
KLAS	00000012	.080	.277	25
KLAS	00000013	.000	.000	20
KLAS	00000014	.182	.395	22
Totaal steekproef		.153	.411	308
CONDITIE	1	.209	.466	158
CONDITIE	2	.093	.335	150

Toetsing met onafhankelijke variabelen resp. klas en conditie en met covariabelen advies basisschool en antwoord begintoets.
Klaseffect: p=.01 conditie-effect: p=.10

Gemiddelden en Standaarddeviaties
Variabele .. REFLEK2

FACTOR	CODE	Gem.	Std. Dev.	N
KLAS	0000001	.056	.236	18
KLAS	000002	.640	.757	25
KLAS	000003	.412	.618	17
KLAS	000004	.192	.402	26
KLAS	000005	.211	.419	19
KLAS	0000006	.375	.647	24
KLAS	0000007	.414	.682	29
KLAS	00000008	.636	.727	22
KLAS	00000009	.583	.900	12
KLAS	00000010	1.077	.845	26
KLAS	00000011	.000	.000	23
KLAS	00000012	.400	.577	25
KLAS	00000013	.750	1.293	20
KLAS	00000014	.136	.468	22
Totaal steekproef		.425	.720	308
CONDITIE	1	.342	.595	158
CONDITIE	2	.513	.825	150

Toetsing met onafhankelijke variabelen resp. klas en conditie en met covariabelen advies basisschool en antwoord begintoets.
Klaseffect: p=.00 conditie-effect: p=.46

6.2.3. Toelichting, opmerkingen en conclusies bij tabel 6.2.3: Retentietoetsvariabelen

Toelichting:
Per klas is het gemiddelde weergegeven met de standaarddeviatie op elk van de 9 variabelen van de begintoets. Eveneens zijn de conditiegemiddelden weergegeven.
Per klasfactor en per conditie-factor is een mogelijk effect aangegeven door middel van vermelding van de p-waarde bij variantie-analytische toetsing. P > .05 wordt opgevat als zijnde niet significant.
De gemiddelden per klas en per conditie zijn getoetst met inachtneming van mogelijke invloeden van de covariabelen 'antwoord begintoets' en van 'advies van de basisschool'. Het gaat hier om voorlopige berekeningen waarbij niet onderzocht is of aan de voorwaarden voor covariantie werd voldaan.

Opmerkingen:
Op de prestatievariabele 'aantal antwoorden correct' kan geen conditie-effect noch een klaseffect worden waargenomen.
Met betrekking tot de overige variabelen (de procesvariabelen) is ten aanzien van aanpak, heuristieken en kontrole geen conditie-effect te constateren, wel t.a.v. de overige. Er is voorts ten aanzien van 6 procesvariabelen een klaseffect waar te nemen.

De gemiddelden op de variabelen uitleg, teken, heuristieken, kontrole en reflektie zijn laag tot zeer laag. Heuristieken en kontrole kon in een groot aantal klassen in het geheel niet geconstateerd worden.

Conclusie:
Er is op de prestatievariabelen geen en op 5 procesvariabelen wel een verschil tussen beide condities bij constanthouding van de covariablen 'adviesb' en 'aantal antwoorden correct op de begintoets'.

Tabel 6.2.3: Overzicht van gemiddelden en standdaardeviaties van de retentie toetsvariabelen per klas en per conditie, alsmede variantie-analytische berekeningen

Gemiddelden en Standaarddeviaties Variabele .. AANPAK3

FACTOR	CODE	Gem.	Std. Dev.	N
KLAS	0000001	7.632	.831	19
KLAS	000002	7.464	.881	28
KLAS	000003	7.471	1.505	17
KLAS	000004	7.385	.983	26
KLAS	000005	7.765	.664	17
KLAS	0000006	7.917	.282	24
KLAS	0000007	7.556	.641	27
KLAS	00000008	7.773	.528	22
KLAS	00000009	7.833	.389	12
KLAS	00000010	7.800	.500	25
KLAS	00000011	7.708	.624	24
KLAS	00000012	7.680	.627	25
KLAS	00000013	6.611	2.330	18
KLAS	00000014	7.750	.577	16
Totaal steekproef		7.597	.947	300
CONDITIE	1	7.589	.868	158
CONDITIE	2	7.606	1.031	142

Toetsing met onafhankelijke variabelen resp. klas en conditie en met covariabelen advies basisschool en antwoord begintoets.
Klaseffect: p=.01 conditie-effect: p=.29

Gemiddelden en Standaarddeviaties Variabele .. ANTW3

FACTOR	CODE	Gem.	Std. Dev.	N
KLAS	0000001	3.000	1.764	19
KLAS	000002	3.500	1.552	28
KLAS	000003	2.294	1.312	17
KLAS	000004	2.692	1.408	26
KLAS	000005	2.882	1.364	17
KLAS	0000006	4.292	1.301	24
KLAS	0000007	3.852	1.292	27
KLAS	00000008	1.864	1.670	22
KLAS	00000009	1.833	1.337	12
KLAS	00000010	2.920	1.891	25
KLAS	00000011	3.167	1.494	24
KLAS	00000012	3.120	1.013	25
KLAS	00000013	1.611	1.335	18
KLAS	00000014	2.063	1.181	16
Totaal steekproef		2.907	1.606	300
CONDITIE	1	3.291	1.545	158
CONDITIE	2	2.479	1.570	142

Toetsing met onafhankelijke variabelen resp. klas en conditie en met covariabelen advies basisschool en antwoord begintoets.
Klaseffect: p=.06 conditie-effect: p=.58

Gemiddelden en Standaarddeviaties
Variabele .. TERM3

FACTOR	CODE	Gem.	Std. Dev.	N
KLAS	0000001	2.316	1.416	19
KLAS	000002	3.000	.981	28
KLAS	000003	1.882	1.317	17
KLAS	000004	1.808	.895	26
KLAS	000005	2.235	.831	17
KLAS	0000006	2.958	.806	24
KLAS	0000007	2.852	.864	27
KLAS	00000008	1.091	1.019	22
KLAS	00000009	1.250	.866	12
KLAS	00000010	1.440	1.193	25
KLAS	00000011	2.083	.929	24
KLAS	00000012	2.360	1.075	25
KLAS	00000013	1.000	1.029	18
KLAS	00000014	1.250	.931	16
Totaal steekproef		2.050	1.205	300
CONDITIE	1	2.487	1.104	158
CONDITIE	2	1.563	1.127	142

Toetsing met onafhankelijke variabelen resp. klas en conditie en met covariabelen advies basisschool en antwoord begintoets.
Klaseffect: p=.00 conditie-effect: p=.00

Gemiddelden en Standaarddeviaties
Variabele .. PROCES3

FACTOR	CODE	Gem.	Std. Dev.	N
KLAS	0000001	2.15[illegible]	.765	19
KLAS	000002	1.464	.838	28
KLAS	000003	2.412	1.228	17
KLAS	000004	2.692	1.289	26
KLAS	000005	1.882	.485	17
KLAS	0000006	1.833	1.204	24
KLAS	0000007	1.741	.944	27
KLAS	00000008	3.182	1.220	22
KLAS	00000009	3.083	1.443	12
KLAS	00000010	2.760	1.300	25
KLAS	00000011	3.167	1.404	24
KLAS	00000012	2.960	1.172	25
KLAS	00000013	4.056	1.924	18
KLAS	00000014	3.937	1.340	16
Totaal steekproef		2.593	1.405	300
CONDITIE	1	2.000	1.077	158
CONDITIE	2	3.254	1.436	142

Toetsing met onafhankelijke variabelen resp. klas en conditie en met covariabelen advies basisschool en antwoord begintoets.
Klaseffect: p=.00 conditie-effect: p=.00

Gemiddelden en Standaarddeviaties
Variabele .. UITLEG3

FACTOR	CODE	Gem.	Std. Dev.	N
KLAS	0000001	.421	.607	19
KLAS	000002	1.036	1.401	28
KLAS	000003	.353	.606	17
KLAS	000004	.269	.452	26
KLAS	000005	.235	.437	17
KLAS	0000006	.208	.509	24
KLAS	0000007	.370	.742	27
KLAS	00000008	.045	.213	22
KLAS	00000009	.000	.000	12
KLAS	00000010	.160	.624	25
KLAS	00000011	.042	.204	24
KLAS	00000012	.040	.200	25
KLAS	00000013	.000	.000	18
KLAS	00000014	.000	.000	16
Totaal steekproef		.253	.661	300
CONDITIE	1	.437	.825	158
CONDITIE	2	.049	.300	142

Toetsing met onafhankelijke variabelen resp. klas en conditie en met covariabelen advies basisschool en antwoord begintoets.
Klaseffect: p=.00 conditie-effect: p=.01

Gemiddelden en Standaarddeviaties
Variabele .. HEUR3

FACTOR	CODE	Gem.	Std. Dev.	N
KLAS	0000001	.053	.229	19
KLAS	000002	.071	.262	28
KLAS	000003	.000	.000	17
KLAS	000004	.000	.000	26
KLAS	000005	.000	.000	17
KLAS	0000006	.000	.000	24
KLAS	0000007	.000	.000	27
KLAS	00000008	.000	.000	22
KLAS	00000009	.000	.000	12
KLAS	00000010	.000	.000	25
KLAS	00000011	.000	.000	24
KLAS	00000012	.000	.000	25
KLAS	00000013	.000	.000	18
KLAS	00000014	.000	.000	16
Totaal steekproef		.010	.100	300
CONDITIE	1	.019	.137	158
CONDITIE	2	.000	.000	142

Toetsing met onafhankelijke variabelen resp. klas en conditie en met covariabelen advies basisschool en antwoord begintoets.
Klaseffect: p=.33 conditie-effect: p=.34

Gemiddelden en Standaarddeviaties
Variabele .. TEKEN3

FACTOR	CODE	Gem.	Std. Dev.	N
KLAS	0000001	.526	.772	19
KLAS	000002	1.357	.870	28
KLAS	000003	.412	.618	17
KLAS	000004	.423	.578	26
KLAS	000005	.176	.393	17
KLAS	0000006	.417	.717	24
KLAS	0000007	.481	.700	27
KLAS	00000008	.182	.395	22
KLAS	00000009	.250	.622	12
KLAS	00000010	.400	.577	25
KLAS	00000011	.250	.442	24
KLAS	00000012	.320	.476	25
KLAS	00000013	.111	.323	18
KLAS	00000014	.063	.250	16
Totaal steekproef		.420	.667	300
CONDITIE	1	.582	.776	158
CONDITIE	2	.239	.460	142

Toetsing met onafhankelijke variabelen resp. klas en conditie en met covariabelen advies basisschool en antwoord begintoets.
Klaseffect: p=.00   conditie-effect: p=.00

Gemiddelden en Standaarddeviaties
Variabele .. KONTROL3

FACTOR	CODE	Gem.	Std. Dev.	N
KLAS	0000001	.053	.229	19
KLAS	000002	.107	.315	28
KLAS	000003	.059	.243	17
KLAS	000004	.000	.000	26
KLAS	000005	.118	.332	17
KLAS	0000006	.042	.204	24
KLAS	0000007	.037	.192	27
KLAS	00000008	.045	.213	22
KLAS	00000009	.000	.000	12
KLAS	00000010	.040	.200	25
KLAS	00000011	.000	.000	24
KLAS	00000012	.000	.000	25
KLAS	00000013	.000	.000	18
KLAS	00000014	.000	.000	16
Totaal steekproef		.037	.188	300
CONDITIE	1	.057	.233	158
CONDITIE	2	.014	.118	142

Toetsing met onafhankelijke variabelen resp. klas en conditie en met covariabelen advies basisschool en antwoord begintoets.
Klaseffect: p=.67   conditie-effect: p=.19

Gemiddelden en Standaarddeviaties
Variabele .. REFLEK3

FACTOR	CODE	Gem.	Std. Dev.	N
KLAS	0000001	.368	.496	19
KLAS	000002	.929	.858	28
KLAS	000003	.647	.786	17
KLAS	000004	.423	.643	26
KLAS	000005	.941	.899	17
KLAS	0000006	.292	.464	24
KLAS	0000007	.556	.751	27
KLAS	00000008	.455	.858	22
KLAS	00000009	.250	.452	12
KLAS	00000010	.200	.408	25
KLAS	00000011	.208	.415	24
KLAS	00000012	.160	.374	25
KLAS	00000013	.111	.323	18
KLAS	00000014	.500	.894	16
Totaal steekproef		.433	.683	300
CONDITIE	1	.589	.741	158
CONDITIE	2	.261	.567	142

Toetsing met onafhankelijke variabelen resp. klas en conditie en met covariabelen advies basisschool en antwoord begintoets.
Klaseffect: p=.00 conditie-effect: p=.00

Bijlage 6.3: Overzicht van variabelen met een aanduiding van het meetinstrument en/of gehanteerde waarden of categorieën

I. Achtergrondvariabelen

0. Klasniveau (waarde: 2e klas voortgezet onderwijs; type klas kan variëren van lbo/mavo tot havo/atheneum).
1. Type school (waarde: scholengemeenschap met als varianten lbo/ mavo en mavo/havo/atheneum).
2. Leerboek (waarde: moderne wiskunde/wiskundelijn).
3. Belangstelling docent voor probleemoplossen (waarden: positief).

II. Covariabelen

4. Sekse (man/vrouw).
5. Goed=Intelligentie (score op de subtest Figuren Reeksen van de DAT).
6. Wiskundeniveau (gemeten met het eindcijfer van de eerste klas vo)
7. Niveau wiskundig probleemoplossen, gemeten met de begintoets die de volgende variabelen inhield:
   - 7.1. aanpak1 (geeft aan of met een som begonnen is of niet)
   - 7.2. antwoord1 (geeft oplossing)
   - 7.3. term1 (meet of termen en begrippen van de opgave zijn begrepen)
   - 7.4. proces1 (meet of oplosstappen goed waren dan wel fout of afwezig)
   - 7.5. uitleg1 (geeft aan of er uitleg van het oplossen wordt gegeven dan wel geen uitleg)
   - 7.6. heur1 (geeft aan of wel of niet een expliciete aanduiding van een gehanteerde heuristiek aanwezig is)
   - 7.7. teken1 (geeft aan of wel of niet van een tekening gebruik is gemaakt)
   - 7.8. kontrol1 (geeft aan of wel of niet de uitkomst zichtbaar werd gekontroleerd)
   - 7.9. reflek1 (geeft aan of wel of niet enige vorm van reflectie zichtbaar is in het gemaakte werk).
8. AdviesB=advies over de schoolrichting door het basisonderwijs.
9. AdviesV=advies over de schoolrichting op het eind van het eerste jaar van het voortgezet onderwijs.
10. Attitude t.a.v. wiskunde (gemeten met de attitudeschaal die uiteen te leggen is in 3 subschalen, t.w. angst (angstig voor wiskunde), plezier (plezier hebben in wiskunde) en relevantie (wiskunde relevant vinden).
11. Attitude t.a.v. docent (gemeten met de Percia-lijst).

III. Onafhankelijke variabele

12. Conditie
   - 12.1. experimentele conditie
   - 12.2. controle-conditie

IV. Afhankelijke variabelen

Deze hebben betrekking op de eindtoets, het leerlingverslag en de retentietoets.

13. Probleemoplossen-1 (gemeten met de eindtoets; geeft de volgende variabelen:
    - 13.1. aanpak2 (geeft aan of met een som begonnen is of niet)
    - 13.2. antwoord1 (geeft oplossing)
    - 13.3. term2 (meet of termen en begrippen van de opgave zijn begrepen)
    - 13.4. proces2 (meet of oplosstappen goed waren dan wel fout of afwezig)
    - 13.5. uitleg2 (geeft aan of er uitleg van het oplossen wordt gegeven dan wel geen uitleg)
    - 13.6. heur2 (geeft aan of wel of niet een expliciete aanduiding van een gehanteerde heuristiek aanwezig is)
    - 13.7. teken2 (geeft aan of wel of niet van een tekening gebruik is gemaakt)
    - 13.8. kontrol2 (geeft aan of wel of niet de uitkomst zichtbaar werd gekontroleerd)
    - 13.9. reflek2 (geeft aan of wel of niet enige vorm van reflectie zichtbaar is in het gemaakte werk).
14. Probleemoplossen-2 (gemeten met het leerlingverslag).
15. Probleemoplossen-3 (gemeten met de retentietoets; geeft de volgende variabelen:
    - 15.1. aanpak3 (geeft aan of met een som begonnen is of niet)
    - 15.2. antwoord1 (geeft oplossing)
    - 15.3. term2 (meet of termen en begrippen van de opgave zijn begrepen)
    - 15.4. proces2 (meet of oplosstappen goed waren dan wel fout of afwezig)
    - 15.5. uitleg2 (geeft aan of er uitleg van het oplossen wordt gegeven dan wel geen uitleg)
    - 15.6. heur2 (geeft aan of wel of niet een expliciete aanduiding van een gehanteerde heuristiek aanwezig is)
    - 15.7. teken2 (geeft aan of wel of niet van een tekening gebruik is gemaakt)
    - 15.8. kontrol2 (geeft aan of wel of niet de uitkomst zichtbaar werd gekontroleerd)
    - 15.9. reflek2 (geeft aan of wel of niet enige vorm van reflectie zichtbaar is in het gemaakte werk).

V. Controle variabele

16. Implementatie van het onderwijsleerprogramma (zie paragraaf 6.11).

STELLINGEN BEHORENDE BIJ HET PROEFSCHRIFT "LEREN OPLOSSEN VAN WISKUNDIGE PROBLEMEN IN HET VOORTGEZET ONDERWIJS" VAN F.S.J. RIEMERSMA (6 SE[illegible]MBER 1991).

1. De antwoordgerichtheid van zowel leraren als leerlingen vormt een belemmering voor het leren aanpakken van opgaven (dit proefschrift, hoofdstuk 1).

2. De gerichtheid op antwoorden is een gevolg van de context van het schoolleven en is een effect van een langdurig proces; gerichtheid op processen zou een gezamenlijke aanpak van alle docenten op een school vergen. (n.a.v. Berry J.W. & Irvine S.H. (1986) Bricolage: savages do it daily. In: Sternberg R.J. & Wagner R.K. (Eds.) Practival intelligence. Nature and origins of competence in the everyday world. Cambridge: Cambridge University Press.)

3. Door het aanpakken van opgaven zelf tot onderwerp van het onderwijs te maken kan leren probleemoplossen worden bevorderd (dit proefschrift, hoofdtuk 2).

4. De implementatie van het onderwijsdoel 'leren probleemoplossen' wordt bevorderd door dit idee uit te werken in een gedetailleerd onderwijsprogramma (dit proefschrift, hoofdstuk 3).

5. Het behandelen van leerboeken alsof zij slechts van belang zijn voor één schooljaar, een handelwijze die in de hand gewerkt wordt door schoolboekenfondsen, is niet bevorderlijk voor het vasthouden van de grote lijn in de leerstof door de leerlingen.

6. Vernieuwing van wiskunde-onderwijs zonder vernieuwing van eindexamens is hetzelfde als wielrenners van uitstekende materialen en verzorging voorzien, en ze vervolgens in het zicht van de finish de verkeerde kant op sturen.

7. Een goede leraar is een expert die zich als een leerling weet te gedragen.

8. De in artikel 22 van het wetsvoorstel Basisvorming aangekondigde maatregel van algemeen bestuur terzake van de inrichting van het onderwijs en onder meer betrekking hebbend op aantal en duur van studielessen zou zodanig geformuleerd moeten worden dat onderricht in studievaardigheden en leren leren niet buiten, maar binnen de lesuren van de schoolvakken gegeven wordt teneinde een optimale transfer naar alle schoolse vakken mogelijk te maken.

9. De in de nota "Profiel van de Tweede Fase voortgezet onderwijs" voorgestelde incorporatie van het vaardigheidsconcept in de onderwijs- en examenprogramma's, gevoegd bij de voorgestelde vakoverschrijdende inbedding, is uit een oogpunt van transfer van vaardigheden en kennis zeer toe te juichen.

10. Het gegeven dat de effecten van compensatieprogramma's voor jonge kinderen in termen van IQ en schoolprestaties na ongeveer 3 jaar verdwenen zijn, maar effecten in termen van deelname aan school, verwijzing naar speciaal onderwijs en gerichtheid op leren wel waarneembaar zijn (G. Geens (1990) De effecten van "Early Childhood Education". Een exploratieve literatuurstudie naar de longitudinale effecten en kwaliteitsparameters van kleuteronderwijs in het Anglo-Amerikaanse onderwijsveld. Licentiaatsverhandeling. Leuven: Katholieke Universiteit Leuven) pleit voor onderzoek naar de onderliggende relaties tussen effecten van diverse aard (cognitief, conatief, emotioneel) en van verschillende duur.

11. Het behoeft geen verwondering te wekken dat jongens nog steeds betere schoolloopbanen laten zien dan meisjes gezien het waarschuwingsbord dat bij de basisscholen aan te treffen is en dat een afbeelding van twee hollende kinderen bevat waarop de jongen mét en het meisje zónder schooltas is afgebeeld.

Stichting Centrum voor Onderwijsonderzoek
van de Universiteit van Amsterdam

Grote Bickersstraat 72
1013 KS Amsterdam
Telefoon 020-5550300

ISBN nr 90-6813-306-3

252